

GRADITELJSKA TEHNIČKA ŠKOLA

Avenija Većeslava Holjevca 17, Zagreb

SUSTAVI OPTEREĆENJA

Radni materijali i skripta za učenike prvog razreda

IME I PREZIME UČENIKA:

RAZRED: 1. _____,

ŠKOLSKA GODINA: 2026 / 2027

PREDMETNI NASTAVNIK: Andrea Jurman, dipl. ing. građ.

OSNOVNO O MODULU & ISHODI UČENJA

Osnovne informacije o nastavi i obujmu modula

- **Obujam modula** - modul nosi ukupno 5 CSVET bodova (Hrvatski sustav bodova strukovnog obrazovanja i osposobljavanja).
- Dva skupa ishoda učenja (SIU):
- **1. SIU: Ravninski sustav opterećenja** - obuhvaća 4 CSVET boda i fokusira se na proračun i analizu sila u ravnini.
- **2. SIU: Stabilnost građevina** - obuhvaća 1 CSVET bod i bavi se stabilnošću konstrukcija na prevrtanje, klizanje i slijeganje.

PRAVILA, UVJETI, OBAVEZE NA NASTAVI

Što je potrebno donijeti na svaki sat?

- **Običan fascikl s mehanizmom** - isključivo i jedino takav (fascikl u boji po želji) za uvezivanje nastavnih materijala.
- **Pribor za pisanje i crtanje** - olovke, gumica, trokuti, crtači pribor.
- **Kalkulator** - neizostavan alat za svaki sat statike i proračuna.
- **Materijale koje ćete dobiti od nastavnika** - redovito ih uvezivati u fascikl.

PRAVILA, UVJETI I OBAVEZE ZA OCJENU

Koji su uvjeti i obaveze za uspješan završetak modula?

- **Donošenje pribora** - donijeti uvezanu skriptu, kalkulator i pribor na svaki sat (utječe na ocjenu!).
- **Praćenje i bilježenje** - potrebno je pratiti nastavu i uredno bilježiti nastavno gradivo (uvjet za ocjenu!).
- **Aktivno sudjelovanje** - sudjelovanje u svim oblicima rada, grupnom i radu u paru (utječe na ocjenu!).
- **Domaće zadaće** - redovito pisanje zadaća koje se redovito pregledavaju (utječe na ocjenu!).
- **Ispravak ocjena** - svaku negativnu ocjenu potrebno je ispraviti u dogovoru s nastavnikom (uvjet za pozitivnu ocjenu!).
- **Izostanci** - u slučaju izostanka potrebno je prepisati gradivo i samostalno izraditi domaću zadaću.
- **Nenajavljene provjere** - usmena provjera usvojenosti gradiva provodit će se tijekom cijele godine bez prethodne najave.

KRITERIJI OCJENJIVANJA I E-DNEVNIK

Prva bilješka u e-Dnevniku o obavezama

- **Korištenje mobitela** - na nastavi NIJE dopušteno korištenje mobitela i sličnih uređaja bez dopuštenja (ometanje nastave utječe na ocjenu vladanja!).
- **Zaključna ocjena** - ne proizlazi iz aritmetičke sredine jer ocjene iz znanja imaju veću težinu. Sve negativne ocjene moraju biti ispravljene.
- **Odgoda usmenog** - jednom godišnje učenik može odgoditi usmenu provjeru (osim ako nije najavljena za cijeli razred).
- **Kriteriji ocjene pismenih provjera** - Dovoljan: 50%, Dobar: 65%, Vrlo dobar: 80%, Odličan: 90% bodova.
- **Težinski utjecaj** - ocjene iz provjere znanja čine oko 60% ocjene, dok ostali oblici vrednovanja (zadaci, uvezani materijali, aktivnost) čine oko 40%.

MATERIJALI ZA RAD I LITERATURA

Gdje pronaći literaturu?

- **Udžbenik (nije obavezan)** - Boris Behaim: Opterećenje silama I.
- **Preuzimanje skripte** - Pripremljene radne materijale za modul možete preuzeti na službenoj web stranici škole (Nastava -> Nastava -> Predmeti -> Download).
- **OBAVEZNO ZA SLJEDEĆI SAT** - imati uvezane radne materijale u skriptu za modul Sustavi opterećenja i umetnute u mehanizam fascikla!

ŠTO ĆETE MOĆI NAKON ZAVRŠETKA MODULA? (1/2)

Ishodi učenja za Ravninski sustav opterećenja (4 CSVET boda)

- Definirati silu i elemente kojima je sila potpuno definirana kao fizikalna veličina.
- Analizirati sve elemente kojima je sila potpuno definirana kao fizikalna veličina.
- Nacrtati silu u obliku vektora i rastaviti je na komponente grafički i analitički.
- Nacrtati i izračunati rezultantu sustava sila grafički i računski.
- Komentirati rezultantu općega sustava sila.
- Definirati statički moment sile i objasniti ga na praktičnom primjeru.
- Primijeniti poučak o momentu sila na opći sustav sila.
- Rješavati praktične primjere ravnoteže sila koristeći grafičke i analitičke uvjete ravnoteže.
- Usporediti grafičke i analitičke rezultate ravnoteže općega sustava sila.

ŠTO ĆETE MOĆI NAKON ZAVRŠETKA MODULA? (2/2)

Ishodi učenja za Stabilnost građevina (1 CSVET bod)

- Odrediti težište različitih poprečnih presjeka grafički i analitički.
- Analizirati stabilnost konstrukcije na prevrtanje i izračunati je.
- Analizirati i odrediti stabilnost konstrukcije na klizanje.
- Opisati i obrazložiti stabilnost konstrukcije na slijeganje tla ispod temelja.

NASTAVNE CJELINE I TEME

Pregled nastavnog plana modula

- **Cjelina SILA** - teme: Sila, Težina i masa, Predočavanje sile, Sile i opterećenja u građevinarstvu, Sile na pravcu, Sile na horizontalnom i vertikalnom pravcu, Sile pod kutom, Paralelogram i trokut sila, Analitički i grafički postupak, Opći sustav sila, Moment sile, Varignonov teorem, Ravnoteža sila, Rastavljanje sila.
- **Cjelina TEŽIŠTE** - teme: Težišta jednostavnih likova, Težišta složenih likova (analitički i grafički postupak).
- **Cjelina STABILNOST** - teme: Stabilnost na prevrtanje, Stabilnost na klizanje, Stabilnost na slijeganje.

TEŽINA I MASA - OSNOVNI POJMOVI

Što je sila teža, a što težina?

- **Sila teža** - usmjerena je vertikalno prema središtu Zemlje. Hvatište sile teže je u tijelu, u točki koja se naziva težište. Označava se sa F_g i iskazuje u njutnima [N].
- **Težina** - sila kojom tijelo pod utjecajem gravitacije djeluje na podlogu na kojoj se nalazi ili na ovjes na kojem visi. Gravitacijsko ubrzanje na Zemlji iznosi $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ (približno 10 m/s^2).
- **Oznaka i instrument** - težina ima isti iznos, smjer i orijentaciju kao sila teža, ali hvatište joj je na podlozi ili ovjesu. Označava se sa G , mjeri se dinamometrom i iskazuje u njutnima [N].

TEŽINA I MASA U GRAĐEVINARSTVU

Proračun vlastite težine građevinskih dijelova

- **Opterećenje** - težine koje djeluju na građevinske sklopove u graditeljstvu se nazivaju opterećenja.
- **Vlastita težina** - označava silu kojom sama masa nekog tijela ili konstrukcije djeluje na podlogu zbog gravitacije
- **Formula za proračun vlastite težine** - $G = V \cdot \gamma$
(Vlastita težina = Volumen x zapreminska težina).
- **Volumen (V)** - izračunava se iz geometrijskih dimenzija konstrukcije
(npr. $V = d \times š \times v$).
- **Zapreminska (Prostorna težina) (γ)** - težina po jedinici volumena [kN/m^3].
Svaki građevinski materijal ima propisanu prostornu težinu γ .

TEŽINA I MASA - RAZLIKA

Zašto masa i težina nisu isto?

- **Masa (m)** - fizikalna veličina koja označava količinu sadržane materije u tijelu.
Masa se ne mijenja promjenom lokacije (ista je na Zemlji, Mjesecu ili u svemiru).
- **Jedinica za masu** - oznaka je m, mjerna jedinica je kilogram [kg]. Izvorno, 1 kg je definiran kao masa 1 dm^3 čiste vode pri temperaturi od 4°C.
- **Težina (G)** - sila koja ovisi o masi i lokalnom gravitacijskom ubrzanju ($G = m \cdot g$).
Mijenja se promjenom mjesta (npr. težina na Mjesecu je manja nego na Zemlji jer je g tamo manje).

ZADATAK: TEŽINA NA DRUGIM SVJETOVIMA

Provjera utjecaja gravitacijskog ubrzanja

- **Zadatak** - Izračunajte svoju težinu (ili težinu tijela mase $m = 60 \text{ kg}$) ako biste se nalazili na sljedećim planetima s različitim g :
- 1) Na Zemlji ($g = 9,81 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$): $G = m \cdot g = \dots\dots\dots$ [N]
- 2) Na Suncu ($g = 274,1 \text{ m/s}^2$): $G = \dots\dots\dots$ [N]
- 3) Na Jupiteru ($g = 25,93 \text{ m/s}^2$): $G = \dots\dots\dots$ [N]
- 4) Na Marsu ($g = 3,728 \text{ m/s}^2$): $G = \dots\dots\dots$ [N]
- 5) Na Veneri ($g = 8,87 \text{ m/s}^2$): $G = \dots\dots\dots$ [N]
- 6) Na Mjesecu ($g = 1,625 \text{ m/s}^2$): $G = \dots\dots\dots$ [N]

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

MJERNE JEDINICE ZA TEŽINU I SILU

Pretvorba mjernih jedinica u građevinarstvu

- U građevinarstvu se bavimo vrlo velikim silama (težinama zgrada, greda, stupova), stoga umjesto njutna [N] koristimo kilonjutne [kN] i meganjutne [MN].
- **Odnosi i pretvorba:**
- $1 \text{ kN} = 1000 \text{ N} = 10^3 \text{ N}$
- $1 \text{ MN} = 1\,000\,000 \text{ N} = 10^6 \text{ N} = 1000 \text{ kN}$
- $1 \text{ N} = 10^{-3} \text{ kN} = 10^{-6} \text{ MN}$

SILA / TEŽINA	N	kN	MN
1 N =	1	10^{-3}	10^{-6}
1 kN =	10^3	1	10^{-3}
1 MN =	10^6	10^3	1

ZADATAK: PRETVORBA I ZBRAJANJE MASA I TEŽINA

Zadatak za vježbu na satu

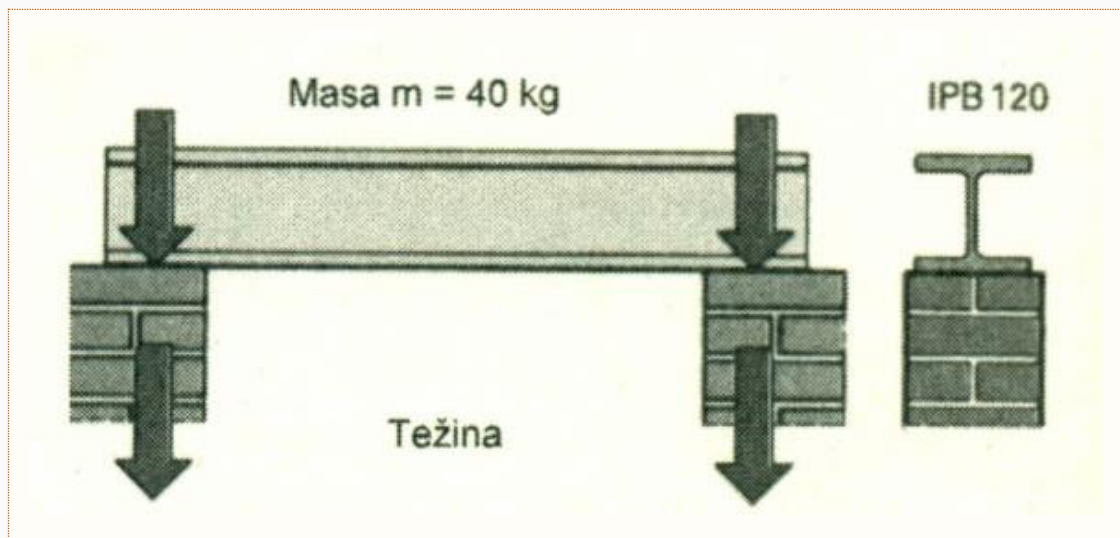
- **Zadatak 1** - Izračunaj ukupnu masu koja se sastoji od nekoliko tijela različitih masa:
 $128 \text{ kg} + 0,75 \text{ t} + 1200 \text{ g} + 150 \text{ dag} = \dots\dots\dots [\text{kg}]$
- **Zadatak 2** - Kolika je ukupna težina svih tih tijela zajedno u [N] i [kN] na Zemlji?
 $G = \dots\dots\dots [\text{N}]$,
 $G = \dots\dots\dots [\text{kN}]$

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

ZADATAK: PRIJENOS OPTEREĆENJA ČELIČNOG NOSAČA

Prijenos sile na oslonce (zidove)

- **Zadatak** - Čelični I-nosač postavljen je na dva simetrična zida. Težina samog nosača se prenosi na oslonce.
- **Zadano:** Masa nosača $m = 40 \text{ kg}$.
- **Pitanje 1:** Kolika je ukupna težina nosača u [N] i [kN]?
- $G = \dots\dots\dots$
- **Pitanje 2:** Kolikom silom nosač pritišće svaki od dva zida ako se teret ravnomjerno raspoređuje na oba oslonca?
- $F_{\text{zida}} = G / 2 = \dots\dots\dots$ [N], odnosno $\dots\dots\dots$ [kN].



 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

1. DOMAĆA ZADAĆA

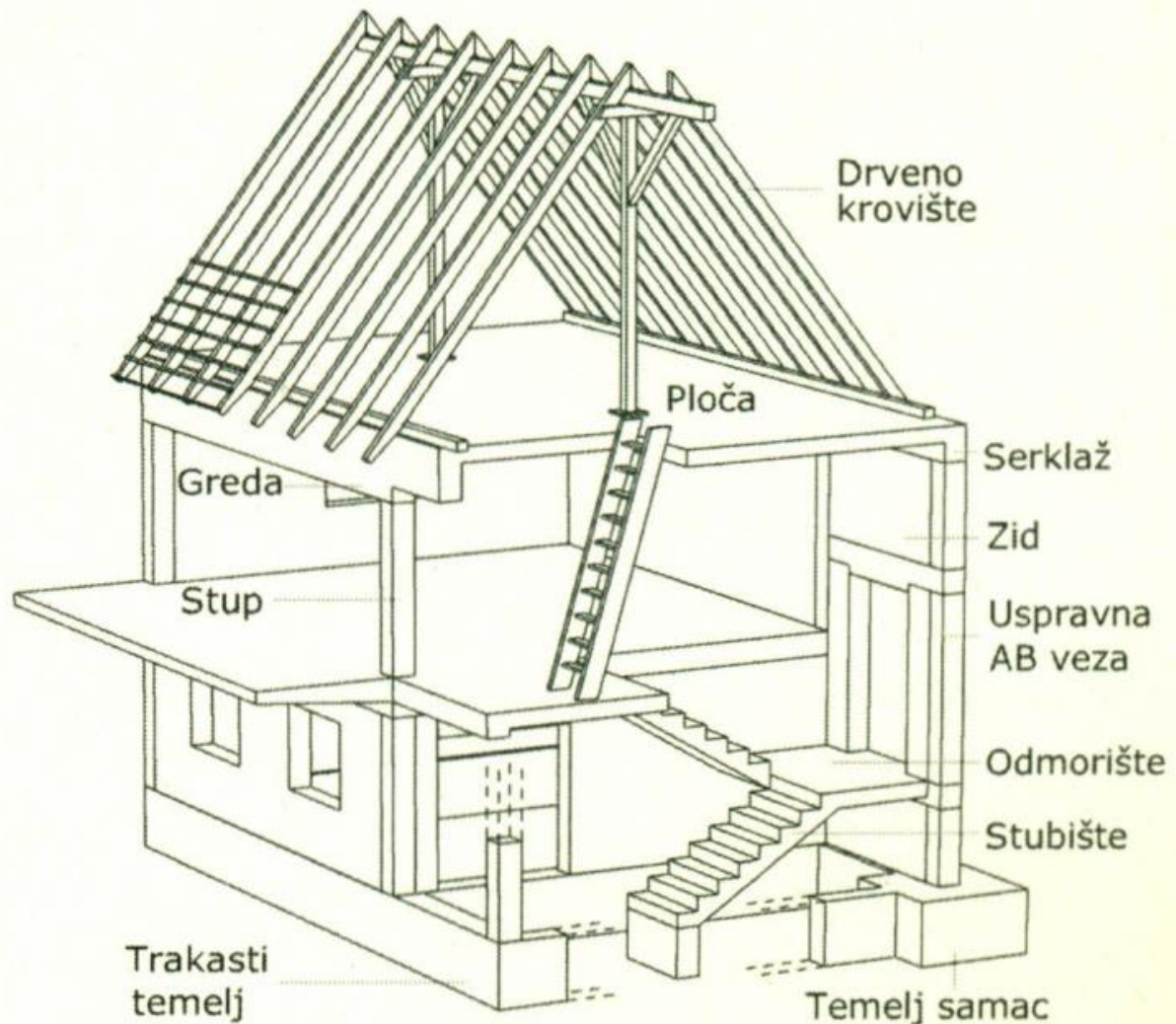
Pretvorba mjernih jedinica za silu i težinu

- **Upute** - Zadatak prepisati na poseban list s okvirom i malom sastavnicom te naslovom '1. DOMAĆA ZADAĆA'. Proračune prikazati pregledno.
- **Zadaci za rješavanje:**
- **1) Koliko je u kN: $0,8 \text{ MN} + 2300 \text{ N} - 150 \text{ kN} + 52000 \text{ N} = \dots\dots\dots$**
- **2) Koliko je u N: $567 \text{ N} + 0,04 \text{ kN} - 0,00033 \text{ MN} + 1,5 \text{ kN} = \dots\dots\dots$**
- **3) Koliko je u N: $800 \text{ N} + 0,23 \text{ kN} + 0,0021 \text{ MN} - 520 \text{ N} = \dots\dots\dots$**
- **4) Koliko je u MN: $5678000 \text{ N} + 456 \text{ kN} - 3,3 \text{ MN} + 1555 \text{ kN} = \dots\dots\dots$**
- **5) Koliko je u kN: $800 \text{ kN} - 0,023 \text{ MN} + 210000 \text{ N} - 5,24 \text{ kN} = \dots\dots\dots$**

SILE I OPTEREĆENJA U GRAĐEVINARSTVU

Podjela opterećenja prema vremenu djelovanja

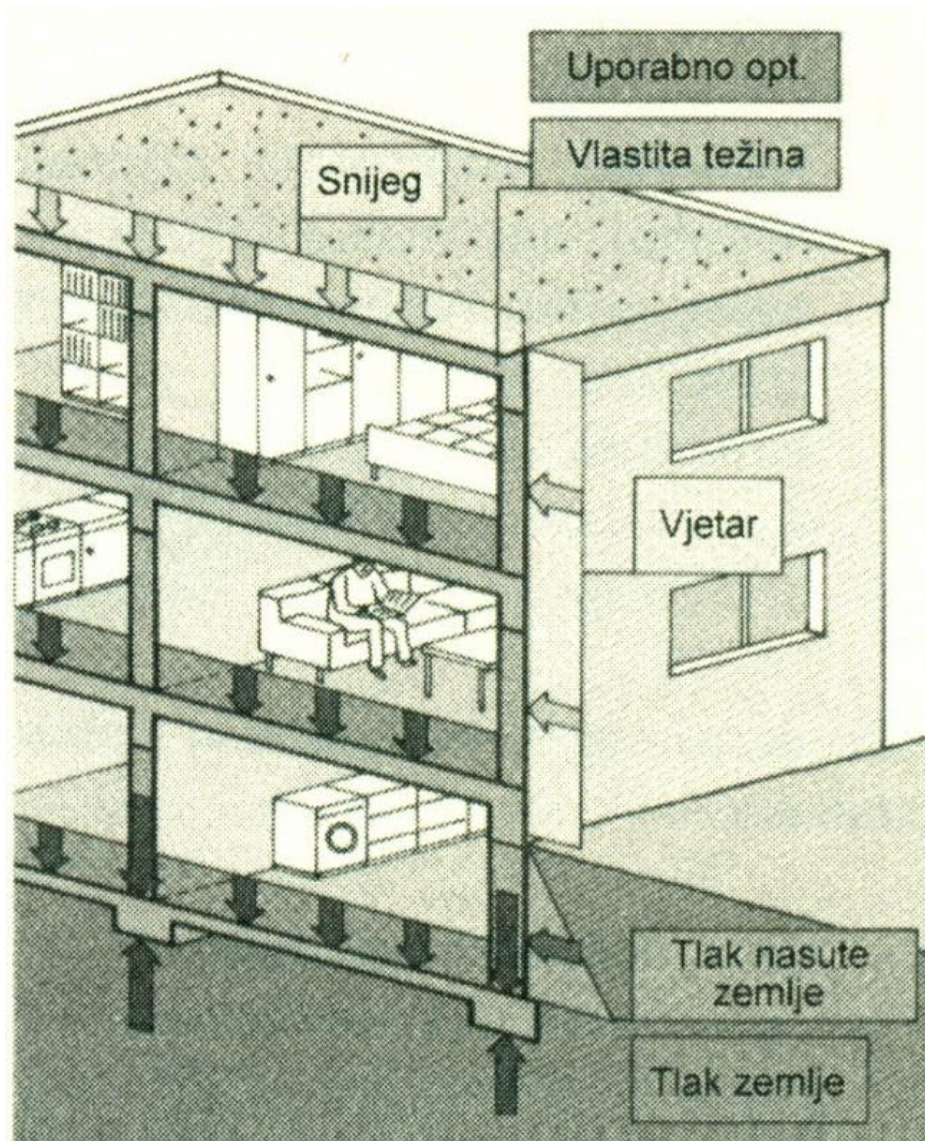
- **Stalno opterećenje (stalni teret)** - opterećenje koje uvijek i trajno djeluje na građevini.
- Primjeri stalnog opterećenja: vlastita težina nosivih elemenata (armiranobetonske ploče, stupovi, grede, zidovi) i težine svih nekonstruktivnih slojeva koje oni nose (podovi, hidro i toplinske izolacije, podgledi stropova, žbuka).
- **Uporabno opterećenje (korisni teret)** - promjenjivo ili pokretno opterećenje koje se mijenja tijekom vremena.
- Primjeri uporabnog opterećenja: namještaj, oprema, teret od ljudi (osoblja), skladišteni materijal, klimatska djelovanja (snijeg na krovu, vjetar na zidove), tlak tla i podzemne vode.



SILE KOJE DJELUJU NA GRAĐEVINSKE SKLOPOVE

Primjer prijenosa opterećenja

- Djelovanja na konstrukciju:
- **1) Snijeg (s) i Vjetar (w)** - klimatska opterećenja koja opterećuju drveno krovšte.
- **2) Vlastita težina (g)** - plošno opterećenje ploča, linijsko opterećenje zidova/greda i pojedinačne sile stupova.
- **3) Uporabno opterećenje (q)** - pokretni teret na stropnim pločama.
- **4) Tlak zemlje** - opterećuje potporne i podrumске zidove.
- **5) Otpor / Tlak tla** - podloga (tlo) pruža protutlak na dno temelja i tako se uspostavlja ravnoteža.



PODJELA I OZNAČAVANJE OPTEREĆENJA

Kako statičari zapisuju i označavaju opterećenja?

Podjela opterećenja prema načinu rasprostranjenosti:

- **1. Jednoliko rasprostrto opterećenje (kontinuirano)** - djeluje podjednako po dužini ili površini (npr. vlastita težina ploče, žbuke).

SKICIRAJ

- **2. Nejednoliko rasprostrto opterećenje** - varira po duljini (npr. trokutno opterećenje od pritiska vode, trapezno opterećenje).

SKICIRAJ

- **3. Koncentrirano opterećenje (pojedinačne sile)** - djeluje u jednoj točki (npr. prijenos sile sa stupa na temelj).

SKICIRAJ

- **Oznake u proračunu:**

- **g** - stalno opterećenje (izražava se u kN/m' ili kN/m^2); **q** - uporabno opterećenje;
- **g + q** - ukupno opterećenje;
- **G** - stalna koncentrirana sila [kN];
- **Q** - uporabna koncentrirana sila [kN].
- **Intenzitet opterećenja** - Plošno se iskazuje u [kN/m^2], Linijsko u [kN/m'] (ili kN/m , kN/m1), a Pojedinačna sila u [kN].

VAŽNOST RAVNOTEŽE I STABILNOSTI GRAĐEVINA

Zašto proračunavamo opterećenja?

- **Zlatno pravilo statike** - Na svim građevinama mora vladati RAVNOTEŽA sila
- **Ugrožena stabilnost** - Ako građevina ili njeni pojedini sklopovi ne mogu preuzeti i prihvatiti opterećenje, dolazi do katastrofalnih posljedica:

Zidovi se mogu **zdrobiti**

Stupovi **izviti i slomiti**

Nosači i stropne ploče će se **prognuti i lomiti**

Vlačni štapovi se **trgaju**

A kod tla dolazi do **potonuća građevine** u tlo (slijeganje) ili **prevrtanja**

- **Ravnoteža** - Zgrada stoji stabilno jer je uspostavljena ravnoteža između vanjskih opterećenja i nosivosti njezinih konstrukcijskih elemenata.

PLOŠNO, LINIJSKO I KONCENTRIRANO OPTEREĆENJE

Vizualizacija opterećenja u prostoru

- **Plošno opterećenje [kN/m²]** - raspoređeno po površini od 1 m².
Primjer: vlastita težina armiranobetonske stropne ploče debljine d .
- **Linijsko opterećenje [kN/m]** - raspoređeno po duljini od 1,00 m.
Primjer: težina zida koji stoji na gredi ili težina same grede.
- **Koncentrirano opterećenje [kN]** - djeluje u jednoj točki kao pojedinačna sila F .
Primjer: stup koji pritiskuje temelj samac.

A) Kad računamo opterećenje ploče tada nam je zadana samo debljina ploče d pa volumen računamo

$$V (m^3) = 1,00 \text{ m} \cdot 1,00 \text{ m} \cdot d (m)$$

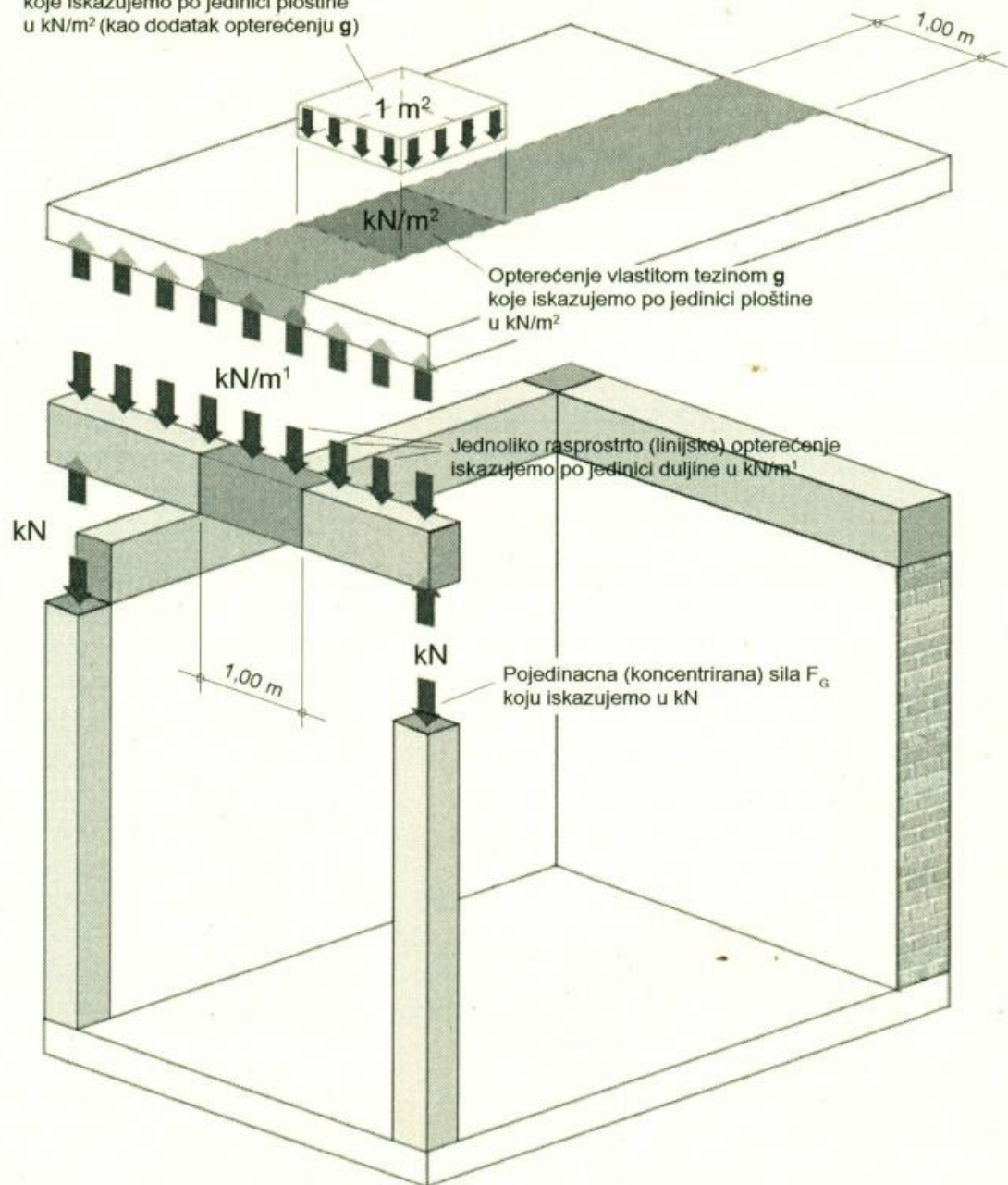
- B) Kad računamo opterećenje zida tada nam je zadana debljina zida d i visina zida h pa volumen računamo

- $$V (m^3) = 1,00 (m) \cdot d (m) \cdot h (m)$$

- C) Kad računamo opterećenje stupa tada nam je zadana debljina stupa d i visina stupa h i širina stupa b pa volumen računamo

$$V (m^3) = d (m) \cdot b (m) \cdot h (m)$$

Uporabno (plošno) opterećenje q
koje iskazujemo po jedinici ploštine
u kN/m^2 (kao dodatak opterećenju g)

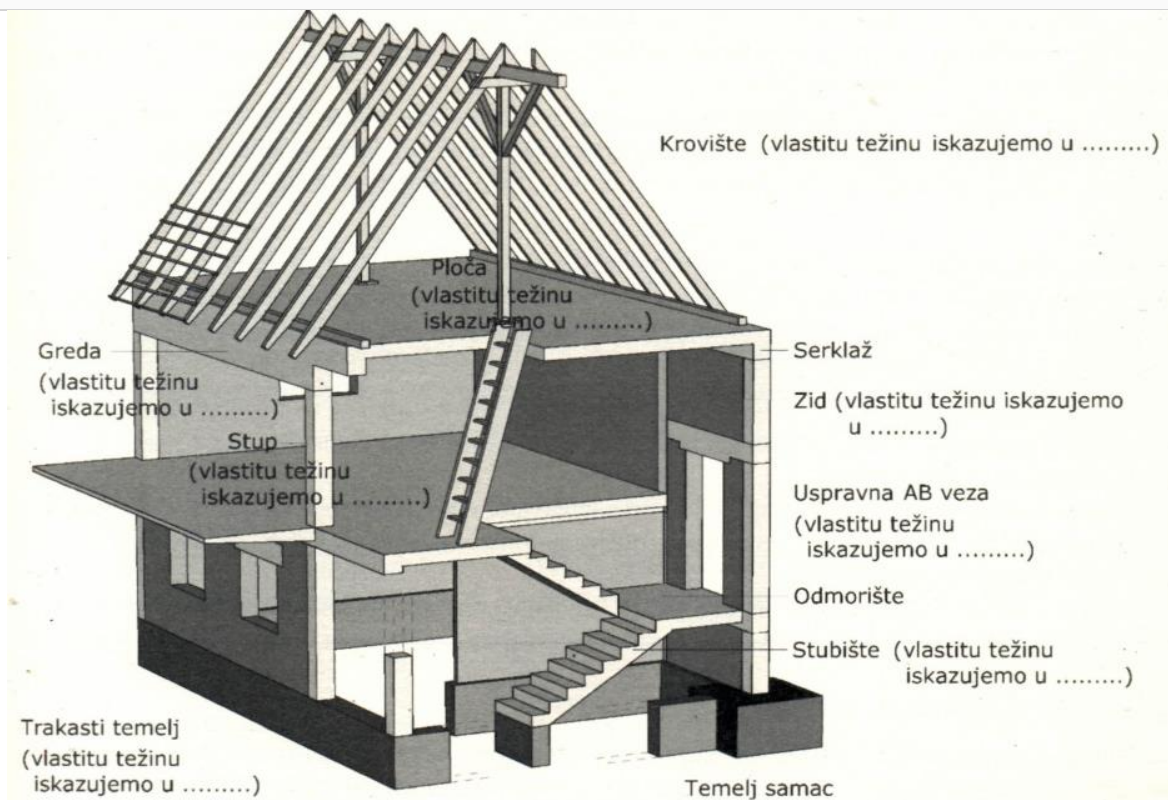


ZADATAK: MJERNE JEDINICE VLASTITE TEŽINE

Provjera prepoznavanja građevinskih sklopova

Zadatak - Za svaki od navedenih konstrukcijskih sklopova sa slike ispiši mjernu jedinicu (kN, kN/m' ili kN/m²) u kojoj se iskazuje njihova vlastita težina u statičkom proračunu:

- 1) Krovšte -vlastitu težinu iskazujemo u
- 2) Greda -vlastitu težinu iskazujemo u
- 3) Stup -vlastitu težinu iskazujemo u
- 4) Zid -vlastitu težinu iskazujemo u
- 5) Trakasti temelj -vlastitu težinu iskazujemo u
- 6) Temelj samac -vlastitu težinu iskazujemo u
- 7) Uspravna AB veza -vlastitu težinu iskazujemo u
- 8) Ploča -vlastitu težinu iskazujemo u



TABLICA ZAPREMINSKIH TEŽINA MATERIJALA

Vrijednosti **ZAPREMINSKIH** (prostornih) težina (γ) najčešćih građevinskih materijala izraženih u $[\text{kN/m}^3]$ koje se obavezno primjenjuju kod proračuna vlastite težine sklopova.

Gradivo / Materijal	γ $[\text{kN/m}^3]$	Gradivo / Materijal	γ $[\text{kN/m}^3]$
I. MORT - ŽBUKA		5. Šamotna opeka	19
1. Vapneni mort	17	IV. BETON	
2. Produženi cementni mort	19	1. Beton od kamenog punila	24
3. Cementni mort	21	2. Armirani beton s kamenom	25
4. Sadreni mort (gips)	12	3. Beton od ljevaoničke šljake	22
II. PRIRODNI KAMEN		4. Beton od obične šljake (<1/3 pijeska)	16
1. Bazalt, diorit, gablo	30	5. Pjenobeton	7
2. Dijabaz, granit, sijenit	28	6. Zidovi od šupljih betonskih blokova	22
3. Vapnenac - vrlo čvrst, mramor	28	V. KOVINE (METALI)	
4. Vapnenac - srednje čvrstoće	22	1. Aluminij	27
5. Vapnenac - mekan, porozan	18	2. Aluminijske legure	28
6. Travertin	20	3. Bakar	89
III. ZIDOVI OD OPEKE		4. Bronca	85
1. Puna opeka u vapnenom mortu	16	5. Čelik i kovano željezo	78
2. Puna opeka u produženom mortu	16.5	6. Ljevano željezo / Cink	72
3. Puna opeka u cementnom mortu	17.5	8. Mesing	85
4. Šuplja opeka u vapnenom mortu	13.5	9. Olovo	114

Gradivo / Materijal	γ [kN/m ³]	Gradivo / Materijal	γ [kN/m ³]
VI. DRVENA GRAĐA		IX. RASTRESITO GRADIVO	
1. Bukovina, hrastovina - suha	8	1. Cement	12
2. Vlažna bjelogorica	10	2. Vapno	10
3. Crnogorica (bor, jela) - suha	6	3. Gips	12.5
4. Bor s puno smole	7	X. GORIVO	
5. Vlažna crnogorica	9	1. Drvo	4
6. Iverica	5	2. Drveni ugljen	2
VII. ASFALT		3. Kameni ugljen	8.5
1. Katran, bitumen	14	4. Mrki ugljen	7
2. Ljeveni asfalt	18	5. Sirova nafta (mazut)	9.8
3. Nabijeni asfalt	20	6. Benzin	8
VIII. ZEMLJA		7. Dizel i kerozin	8.3
1. Suha glina	16		
2. Prirodno vlažna glina	17		
3. Izrazito vlažna glina	21		
4. Humus	17		
5. Pijesak i šljunak - vlažan	18		
6. Pijesak i šljunak - mokr	20		
7. Drobljenac	18		

A) VLASTITA TEŽINA KAO PLOŠNO OPTEREĆENJE

Proračun plošne težine u [kN/m^2]

- **Pravilo proračuna** - Plošna težina (g) izračunava se tako da se debljina građevinskog sloja d [m] pomnoži s zapreminskom težinom materijala γ [kN/m^3].
- **Formula:** $g = d \cdot \gamma$ [kN/m^2]
- **PRIMJER 1:** Izračunajte vlastitu težinu armiranobetonske ploče zgrade ako joj je debljina $h = 18$ cm.
- **Debljina u metrima:** $d = 18 \text{ cm} = 0,18 \text{ m}$.
Zapreminska težina AB: $\gamma_{AB} = 25 \text{ kN/m}^3$.

Proračun: $g = 0,18 \text{ m} \cdot 25 \text{ kN/m}^3 = \dots\dots\dots$ [kN/m^2]

- **PRIMJER 2:** Izračunajte vlastitu težinu betonske ploče na tlu (nearmirane) ako joj je debljina $d = 15$ cm.

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

B) VLASTITA TEŽINA KAO LINIJSKO OPTEREĆENJE

Proračun linijske težine u [kN/m]

- **Pravilo proračuna** - Linijska težina (g) zida ili grede po metru duljine izračunava se množenjem debljine d [m], visine h [m] i zapreminske težine materijala γ [kN/m^3]
Formula: $g = d \cdot h \cdot \gamma$ [kN/m]
- **PRIMJER 3:** Izračunajte vlastitu težinu armiranobetonskog zida zgrade ako mu je debljina $d = 15$ cm i visina $h = 2,8$ m.

Proračun: $g = 0,15 \text{ m} \cdot 2,80 \text{ m} \cdot 25 \text{ kN/m}^3 = \dots\dots\dots$ [kN/m]

- **PRIMJER 4:** Izračunajte vlastitu težinu zida od pune opeke u produžnom mortu ako mu je debljina $d = 25$ cm i visina $h = 300$ cm.

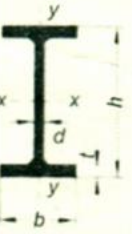
C) VLASTITA TEŽINA KAO POJEDINAČNA SILA

Proračun koncentriranog opterećenja stupa u [kN]

- **Pravilo proračuna** - Ukupna težina stupa koja pritišće oslonac (pojedinačna sila G) računa se kao umnožak volumena stupa V [m^3] i zapreminske težine materijala γ [kN/m^3].
Formula: $G = V \cdot \gamma = a \cdot b \cdot h \cdot \gamma$ [kN] (za pravokutni stup tlocrta $a \times b$ i visine h).
- **PRIMJER 5:** Izračunajte vlastitu težinu armiranobetonskog stupa ako su mu tlocrtne dimenzije 40×40 cm i visina $h = 2,75$ m.
Volumen: $V = 0,40 \text{ m} \cdot 0,40 \text{ m} \cdot 2,75 \text{ m} = 0,44 \text{ m}^3$. Zapreminska težina: $\gamma = 25 \text{ kN}/\text{m}^3$.
Proračun: $G = 0,44 \text{ m}^3 \cdot 25 \text{ kN}/\text{m}^3 = \dots\dots\dots$ [kN]
- **PRIMJER 6:** Izračunajte vlastitu težinu stupa od prirodnog kamena vapnenca (vrlo čvrst) ako su mu tlocrtne dimenzije 45×45 cm i visina $h = 290$ cm.

ZADACI ZA VJEŽBU - ZADATAK 1 I ZADATAK 2

Težina čeličnih profila IPE



Oznaka	Izmjere				A	masa
IPE	h mm	b mm	t mm	d mm	cm ²	kg/m
120	120	64	4,4	6,3	13,2	10,4
140	140	73	4,7	6,9	16,4	12,9
160	160	82	5,0	7,4	20,1	15,8
180	180	91	5,3	8,0	23,9	18,8
200	200	100	5,6	8,5	28,5	22,4
240	240	120	6,2	9,8	39,1	30,7
270	270	135	6,6	10,2	45,9	36,1
300	300	150	7,1	10,7	53,8	42,2
330	330	160	7,5	11,5	62,6	49,1
360	360	170	8,0	12,7	72,7	57,1
400	300	180	8,6	13,5	84,5	66,3
450	450	190	9,4	14,6	98,8	77,6
500	500	200	10,2	16,0	116	90,7
600	600	320	12,0	19,0	156	122

Kako računamo težinu profila - iz tablica očitamo masu po metru duljine [kg/m], pretvorimo je u težinu po metru duljine [kN/m'] (množenjem s $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ i podijelimo s 1000) te pomnožimo s duljinom nosača.

- **ZADATAK 1:** Kao dio konstrukcije tvorničke hale predviđen je čelični IPE 450 profil. Potrebno je izračunati njegovu ukupnu težinu ako mu je duljina $L = 8,0 \text{ m}$.
- **Iz tablice:** IPE 450 ima masu od 77,6 kg/m.

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

ZADATAK 2: Stup nekog skladišta je predviđen od čeličnog IPE 360 profila. Potrebno je izračunati njegovu ukupnu težinu ako mu je visina $h = 6,5$ m.

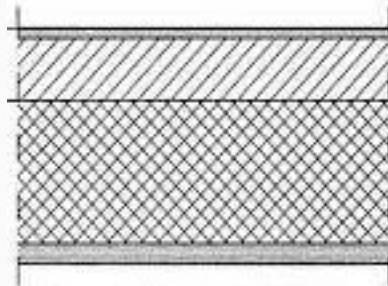
- **Iz tablice:** IPE 360 ima masu od 57,1 kg/m.

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

ZADACI ZA VJEŽBU - ZADATAK 3

Težina stropa s više slojeva

- **Proračun složenih sklopova** - ukupna vlastita težina stropa računa se kao zbroj vlastitih težina svih pojedinačnih slojeva. Proračun radimo po m^2 površine [kN/m^2].
- **ZADATAK 3:** Na slici se nalazi presjek neke međukatne konstrukcije (stropa) sa slojevima. Potrebno je izračunati vlastitu težinu tog stropa po m^2 ako su poznati slojevi (odozgo prema dolje):
- **1) Ploče od granita:** debljina $d = 1,0 \text{ cm}$ ($\gamma = 28 \text{ kN}/\text{m}^3$)
- **2) Cementni estrih (mort):** debljina $d = 8,0 \text{ cm}$ ($\gamma = 21 \text{ kN}/\text{m}^3$)
- **3) Armiranobetonska ploča:** debljina $d = 18 \text{ cm}$ ($\gamma = 25 \text{ kN}/\text{m}^3$)
- **4) Žbuka od produžnog cementnog morta:** debljina $d = 2 \text{ cm}$ ($\gamma = 19 \text{ kN}/\text{m}^3$)



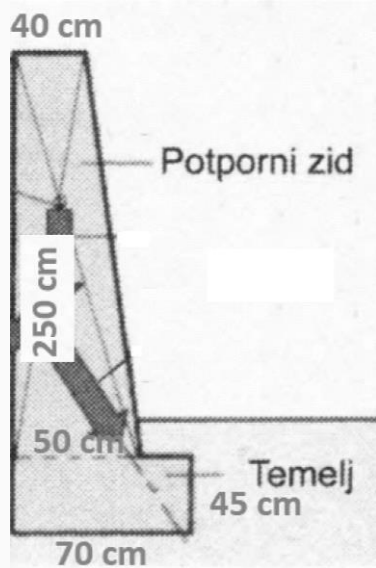
 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

ZADATAK 4: TEŽINA POTPORNOG ZIDA I TEMELJA

Izračunavanje vlastite težine po metru duljine [kN/m']

- **Zadatak** - Na slici se nalazi presjek potpornog zida i temelja koji su izrađeni od armiranog betona ($\gamma = 25,00 \text{ kN/m}^3$).
- Dimenzije potpornog zida (trapezni presjek):
 - - širina na vrhu: $a = 40 \text{ cm} = 0,40 \text{ m}$
 - - širina na dnu (iznad temelja): $b = 50 \text{ cm} = 0,50 \text{ m}$
 - - visina zida: $h = 250 \text{ cm} = 2,50 \text{ m}$
- Dimenzije temelja (pravokutni presjek):
 - - širina temelja: $B = 70 \text{ cm} = 0,70 \text{ m}$
 - - visina (debljina) temelja: $d = 45 \text{ cm} = 0,45 \text{ m}$
- **Pitanje:** Izračunajte vlastitu težinu potpornog zida G_{zida} , vlastitu težinu temelja G_{temelja} te njihovu ukupnu vlastitu težinu G_{ukupno} po metru duljine [kN/m'].

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:



ZADATAK 5: TEŽINA TRAKASTOG TEMELJA

Izračunavanje ukupne težine u [kN]

- **Zadatak** - Potrebno je izračunati ukupnu težinu trakastog temelja izrađenog od nearmiranog betona ($\gamma = 24,00 \text{ kN/m}^3$).
- **Zadane dimenzije temelja:**
 - - širina temelja: $b = 40 \text{ cm} = 0,40 \text{ m}$
 - - visina temelja: $h = 80 \text{ cm} = 0,80 \text{ m}$
 - - ukupna duljina temelja: $L = 4,5 \text{ m}$
- **Uputa:** Izračunajte volumen temelja $V = b \cdot h \cdot L \text{ [m}^3\text{]}$, a zatim pomnožite volumen s prostornom težinom betona.

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE

ZADATAK 6: KUGLA OD ČELIKA NA KAMENOJ KOCKI

Izračunavanje težine složenog sustava dvaju tijela

- **Zadatak** – Kugla od čelika stoji točno na sredini kocke izrađene od prirodnog kamena travertina.
- **Zadani podaci:**
 - - Čelična kugla: promjer $d = 40 \text{ cm} = 0,40 \text{ m}$ (polumjer $r = 0,20 \text{ m}$). Zapreminska težina čelika $\gamma = 78,00 \text{ kN/m}^3$.
 - - Kamena kocka: duljina brida $a = 0,6 \text{ m}$. Zapreminska težina travertina $\gamma = 20,00 \text{ kN/m}^3$.
- **Formule:**
 - - Volumen kugle: $V_{\text{kugle}} = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi = \frac{1}{6} \cdot d^3 \cdot \pi \text{ [m}^3\text{]}$
 - - Volumen kocke: $V_{\text{kocke}} = a^3 \text{ [m}^3\text{]}$
- **Pitanje:** Izračunajte volumen i težinu kugle, volumen i težinu kocke te ukupnu zajedničku težinu oba tijela zajedno u [kN].

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

ZADATAK 7: PIRAMIDA OD HRASTOVINE NA ŽELJEZNOJ PRIZMI

Složeni zadatak iz vlastite težine

- **Zadatak** - Četverostrana piramida postavljena je na bazu u obliku pravokutne prizme.
- Zadani podaci za piramidu (drvo hrast, $\gamma = 8,00 \text{ kN/m}^3$):
 - - visina piramide: $h = 120 \text{ cm} = 1,20 \text{ m}$
 - - baza piramide (kvadrat): $a = 50 \text{ cm} = 0,50 \text{ m}$
- Zadani podaci za prizmu (ljevano željezo, $\gamma = 72,00 \text{ kN/m}^3$):
 - - dimenzije prizme: širina $0,8 \text{ m}$, duljina $1,2 \text{ m}$, visina $0,4 \text{ m}$
- **Formule:**
 - - Volumen piramide: $V_{\text{pir}} = (1/3) \cdot B \cdot h = (1/3) \cdot a^2 \cdot h \text{ [m}^3\text{]}$
 - - Volumen prizme: $V_{\text{priz}} = a \cdot b \cdot h \text{ [m}^3\text{]}$
- **Pitanje:** Kolika je vlastita težina ta dva tijela zajedno u kilonjutnima [kN]?

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

ZADATAK 8: BETONSKI STOŽAC NA OLOVNOM VALJKU

Složeni zadatak iz vlastite težine

- **Zadatak** - Stožac od betona postavljen je na valjak izrađen od olova.
- Zadani podaci za stožac (beton, $\gamma = 24,00 \text{ kN/m}^3$):
 - - promjer baze stošca: $d = 120 \text{ cm} = 1,20 \text{ m}$ (polumjer $r = 0,60 \text{ m}$)
 - - visina stošca: $h = 160 \text{ cm} = 1,60 \text{ m}$
- Zadani podaci za valjak (olovo, $\gamma = 114,00 \text{ kN/m}^3$):
 - - polumjer baze valjka: $r = 0,5 \text{ m}$
 - - visina valjka: $h = 1,5 \text{ m}$

- **Formule:**

- Volumen stošca: $V_{st} = (1/3) \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h \text{ [m}^3\text{]}$

- Volumen valjka: $V_{valj} = r^2 \cdot \pi \cdot h \text{ [m}^3\text{]}$

- **Pitanje:** Izračunajte vlastite težine stošca i valjka te njihovu ukupnu zajedničku težinu u [kN].

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE

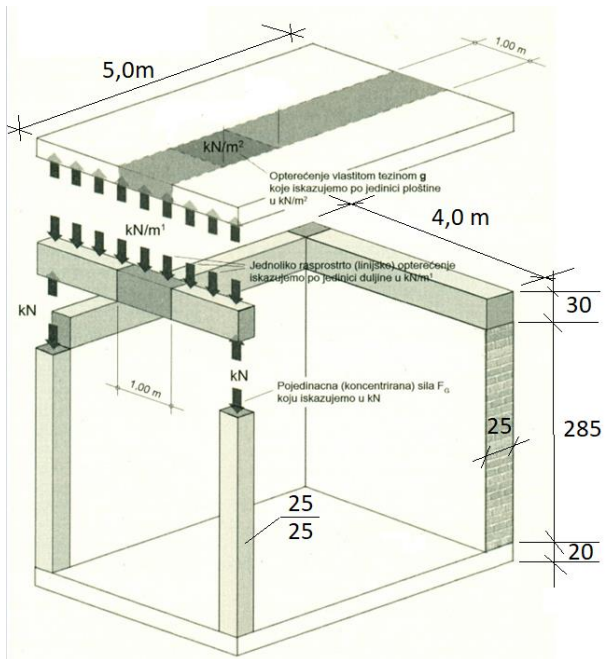
ZADATAK 9: TEŽINA NOSIVOG SKLOPA DVORANE

Kompleksan inženjerski proračun vlastite težine

- **Zadatak** - Potrebno je izračunati težinu složenog nosivog sklopa s pripadajućim dijelovima. Dimenzije i materijali su označeni na slici.
- 1) Stropna ploča tlocrtnih dimenzija 4,0 x 5,0 m sastoji se od slojeva:



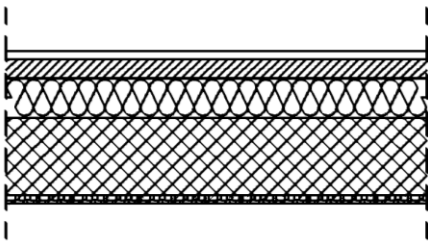
- 1 - nasipani mokri šljunak: $d = 12 \text{ cm}$ ($\gamma = 20,00 \text{ kN/m}^3$)
 - 3 - toplinska izolacija (kamena vuna): $d = 15 \text{ cm}$ ($\gamma = 1,00 \text{ kN/m}^3$ - aproksimacija)
 - 5 - beton za pad: $d = 6 \text{ cm}$ ($\gamma = 24,00 \text{ kN/m}^3$)
 - 6 - armiranobetonska ploča: $d = 16 \text{ cm}$ ($\gamma = 25,00 \text{ kN/m}^3$)
 - 7 - produžna žbuka s donje strane: $d = 1,5 \text{ cm}$ ($\gamma = 19,00 \text{ kN/m}^3$)
 - (2 hidroizolaciju i 4 parnu branu zanemariti u proračunu težine)
- 2) Grede (ispod ploče) od armiranog betona ($\gamma = 25,00 \text{ kN/m}^3$):
 - dimenzije presjeka: širina $b = 25 \text{ cm}$, visina $h = 30 \text{ cm}$
- 3) Stupovi od armiranog betona ($\gamma = 25,00 \text{ kN/m}^3$):
 - dimenzije presjeka: $25 \times 25 \text{ cm}$, visina stupova $h = 2,85 \text{ m}$
- 4) Zidovi od šuplje opeke u vapnenom mortu ($\gamma = 13,50 \text{ kN/m}^3$):
 - debljina zidova $d = 25 \text{ cm}$, visina prema crtežu
- **Uputa:** Proračun izraditi korak po korak na sljedećem listu.



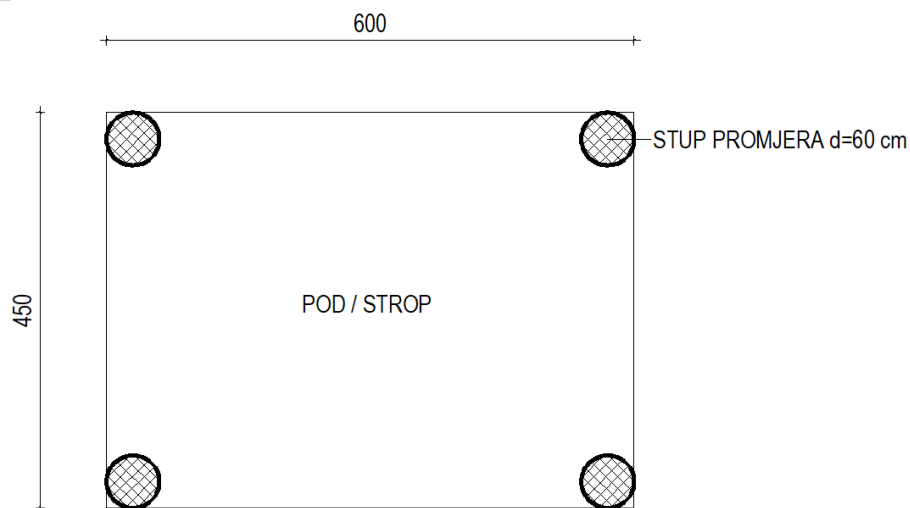
2. DOMAĆA ZADAĆA

Proračun vlastite težine nosivog sklopa sa slike

- **Zadatak** - Potrebno je izračunati težinu nosivog sklopa čiji je tlocrt prikazan na crtežu. Poznate su dimenzije i materijali.
- 1) Stropna ploča sastoji se od sljedećih slojeva:
 - parket od hrasta: $d = 2 \text{ cm}$ ($\gamma = 8,00 \text{ kN/m}^3$)
 - cementni estrih: $d = 4 \text{ cm}$ ($\gamma = 21,00 \text{ kN/m}^3$)
 - toplinska izolacija: $d = 5 \text{ cm}$ ($\gamma = 1,00 \text{ kN/m}^3$)
 - armiranobetonska ploča: $d = 15 \text{ cm}$ ($\gamma = 25,00 \text{ kN/m}^3$)
 - produžna žbuka: $d = 1 \text{ cm}$ ($\gamma = 19,00 \text{ kN/m}^3$)



- 2) Stupovi (4 komada na uglovima) od armiranog betona ($\gamma = 25,00 \text{ kN/m}^3$):
 - kružni stupovi promjera $d = 60 \text{ cm}$, visina stupova $h = 3,2 \text{ m}$
- 3) Podna ploča od armiranog betona tlocrtnih dimenzija prema slici debljine $d = 18 \text{ cm}$ ($\gamma = 25,00 \text{ kN/m}^3$).
- **Uputa:** Zadatak prepisati, skicirati u mjerilu na poseban list s okvirom i malom sastavnicom te naslovom '2. DOMAĆA ZADAĆA'.



PREDOČAVANJE SILE

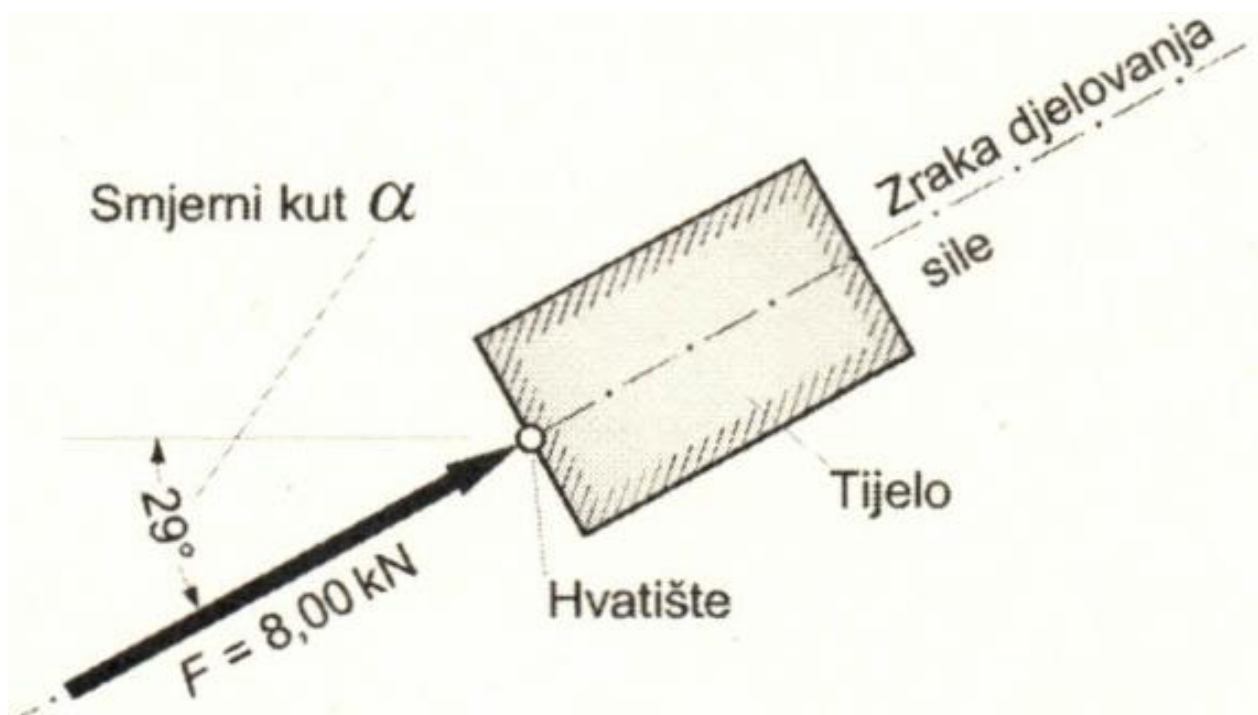
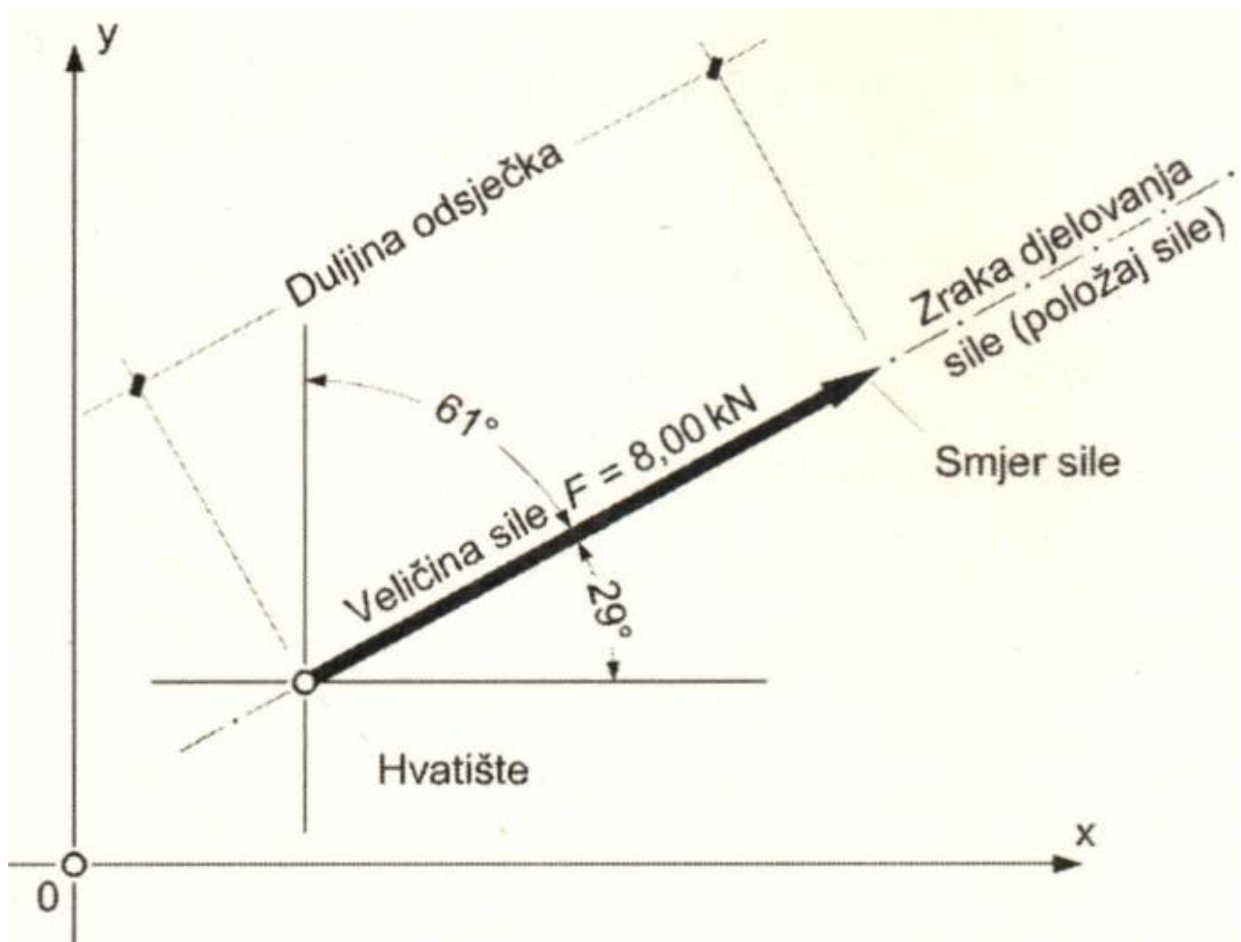
Fizikalne veličine u mehanici i static

- **SKALARNE VELIČINE** - fizikalne veličine potpuno određene samo jednom brojčanom vrijednošću i pripadajućom mjernom jedinicom.
- - Primjeri skalara: vrijeme (npr. $t = 3$ sata), temperatura ($T = 20^\circ\text{C}$), duljina ($L = 40$ m), ploština ($A = 5$ m²), masa ($m = 60$ kg), obujam ($V = 25$ m³).
- **VEKTORSKE VELIČINE** - fizikalne veličine za čiju potpunu određenost moramo poznavati četiri osnovna elementa.
- - **Elementi vektora:** 1) Veličina (apsolutni iznos ili jakost), 2) Smjer (pravac ili zraka djelovanja), 3) Orijentacija (smjer strelice), 4) Hvatište (početna točka djelovanja).
- - Primjeri vektora: sila $[F]$, statički moment sile $[M]$, par sila, brzina $[v]$, ubrzanje $[a]$, pomak.
- - Prikazivanje: Vektorske veličine u crtežima prikazujemo usmjerenim dužinama - **VEKTORIMA**.

ELEMENTI KOJIMA JE SILA POTPUNO DEFINIRANA

Kako prikazujemo silu u ravnini?

- Sila je vektorska veličina. Da bismo silu u ravnini potpuno definirali i grafički prikazali, potrebna su nam tri ključna podatka:
- 1. **SMJER SILE** (zraka djelovanja sile, tj. vodoravni, okomiti ili kosi pravac na kojem sila leži).
- 2. **HVATIŠTE SILE** (točka na zruci djelovanja u kojoj sila izravno djeluje na kruto tijelo).
- 3. **VELIČINA / JAKOST SILE** (apsolutni iznos sile izražava se u njutnima ili kilonjutnima, npr. $F_1 = 8$ kN, $F_2 = 800$ N).



GRAFIČKO (CRTANO) PREDOČAVANJE SILE

Pojam mjerila sile (M_F)

- **Mjerilo sile (M_F)** - omjer koji nam omogućuje da fizikalnu veličinu sile u [kN] ili [N] prikažemo na papiru u obliku duljine strelice u centimetrima [cm].
- **M_F ovisi o:** 1) Veličini sile koju crtamo, 2) Veličini prostora za crtež na papiru, 3) Zahtijevanoj točnosti crtanja.
- **Formule za proračun:**
 - - M_F mjerilo sile (npr. 10 kN / 1,0 cm)
 - - F veličina (apsolutni iznos) sile u [kN] ili [N]
 - - l duljina nacrtane sile na crtežu u [cm]
 - - Veza: $F = l \cdot M_F \Rightarrow l = F / M_F \Rightarrow M_F = F / l$

$$M_F = \frac{F}{l}; l = \frac{F}{M_F}; F = l \cdot M_F$$

GRAFIČKO PREDOČAVANJE SILE - PRIMJERI 1, 2, 3

Rješavanje primjera iz mjerila sila na satu

- **PRIMJER 1:** Grafički prikaži silu veličine $F = 35 \text{ kN}$ u mjerilu sila $1 \text{ cm} = 10 \text{ kN}$ ($M_F = 10 \text{ kN} / 1,0 \text{ cm}$) čija je zraka djelovanja vodoravna.

PRIMJER 2: Sila F grafički prikazana (nacrtana) na vertikalnoj zruci djelovanja mjerilom sila $1 \text{ cm} = 4,0 \text{ kN}$ ima ukupnu duljinu odsječka $l = 6,20 \text{ cm}$. Kolika je veličina (jakost, iznos) sile F u kN?

- **PRIMJER 3:** Koliko velika (u cm) treba biti nacrtana sila jakosti $F = 1800 \text{ N}$ ako je za mjerilo odabrano $M_F = 0,5 \text{ kN} / 1,0 \text{ cm}$?

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

GRAFIČKO PREDOČAVANJE SILE - PRIMJERI 4, 5

Uvježbavanje mjerila sila

PRIMJER 4: Sila na slici je prikazana u mjerilu sila $2,5 \text{ kN} / 1,0 \text{ cm}$. Odredi njezinu veličinu u kN. Duljinu l treba očitati sa slike (izmjeriti ravnalom).

F



 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

PRIMJER 5: Sila u obliku strelice ima duljinu $l = 8,2 \text{ cm}$. Jakost sile iznosi $F = 1230 \text{ N}$. O kojem se mjerilu sila (M_F) radi?

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

3. DOMAĆA ZADAĆA

Grafičko predočavanje sile

- Svaki učenik treba sam odabrati veličine i riješiti pet zadataka po uzoru na prethodne primjere.

Uputa: zadatak napisati i uredno nacrtati na poseban list s okvirom i malom sastavnicom te naslovom '3. DOMAĆA ZADAĆA'.

SILE NA PRAVCU (KOLINEARNI SUSTAVI)

Uvod u sastavljanje kolinearnih sila

- **Prikazivanje konstrukcija** - Iako je svaka građevina trodimenzionalna prostorna konstrukcija, u statičkim ih nacrtima prikazujemo u ravninama (tlocrt, poprečni i uzdužni presjek) i tako ih proračunavamo.
- **Zadatak statičara (stručnjaka za proračun konstrukcija)** - izračunati sve vanjske sile koje djeluju na neku građevinu.
- U okviru proračuna najčešće je potrebno:
 - 1) Sastavljati i rastavljati sile,
 - 2) Provjeriti i dokazati uvjete ravnoteže.
- **Postupci rješavanja:**
 - Grafički postupak - daje brze, vizualno pregledne i približne rezultate.
 - Analitički (računski) postupak - daje matematički točne i precizne rezultate.
- **Kolinearne sile** - Sile čije se zrake djelovanja podudaraju (djeluju duž istog zajedničkog pravca).

SASTAVLJANJE SILA KOJE DJELUJU U ISTOJ ZRACI (Kolinearne sile)

Pojam rezultante i zbrajanja sila

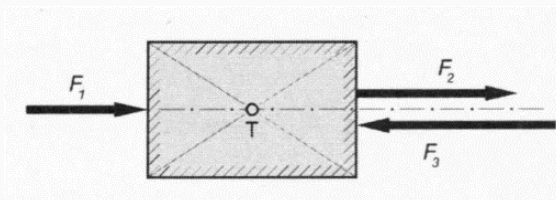
- **Sustav sila** - kada na jedno kruto tijelo ili građevinski element istodobno djeluje više sila.

- **Rezultanta (R ili F_R)** - jedna jedina sila koja po svom djelovanju i učinku potpuno nadomješta sve pojedinačne sile u sustavu.
- **Postupak sastavljanja** - postupak pronalaženja rezultante. Kolinearne sile sastavljaju se jednostavnim zbrajanjem i oduzimanjem duž pravca, ovisno o smjeru djelovanja.
- **Obrnuti postupak** - rastavljanje jedne sile na njezine sastavnice (komponente ili sastojnice).

KOLINEARNE SILE - VODORAVNI PRAVAC

Primjer 1 - Grafički i analitički postupak

- **Zadatak** - Tri sile djeluju na kruto tijelo u vodoravnom smjeru duž iste zrake djelovanja. Kolika je jakost (iznos) i smjer njihove rezultante?
- **Zadane sile:** $F_1 = 3,0 \text{ kN}$ (udesno), $F_2 = 4,0 \text{ kN}$ (udesno), $F_3 = -5,0 \text{ kN}$ (ulijevo).
- Analitički postupak (računski):
 - - $R_x = \Sigma F_x = F_1 + F_2 + F_3 = 3,0 + 4,0 + (-5,0) = 2,0 \text{ kN}$
 - - Budući da je predznak rezultante pozitivan (+), rezultatna sila $R = 2,0 \text{ kN}$ djeluje udesno.
- Grafički postupak (crtani):
 - - Odabrati mjerilo sila (npr. $M_F = 1,0 \text{ kN} / 1,0 \text{ cm}$).
 - - Nacrtati sile jednu za drugom (ulančano). Rezultanta spaja početak prve i kraj zadnje sile.

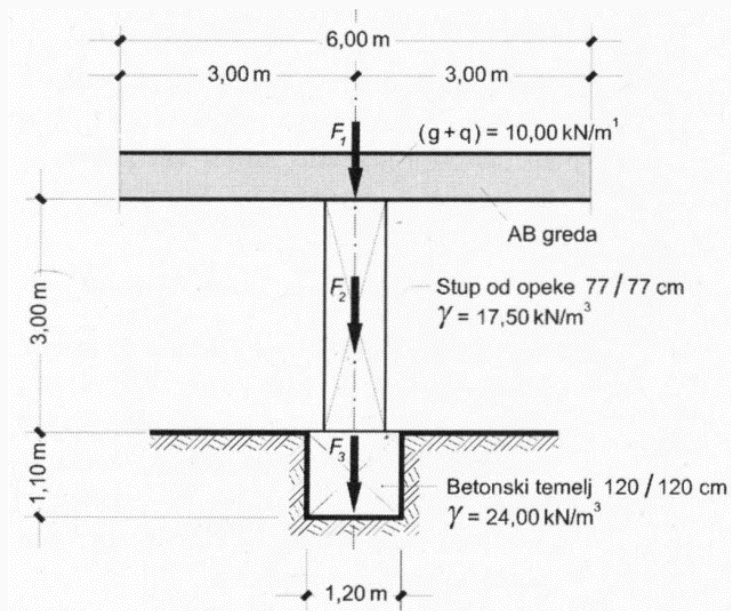


 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

KOLINEARNE SILE - VERTIKALNI PRAVAC

Primjer 2 - Opterećenje stupa i temelja

- **Zadatak** - Izračunajte ukupno opterećenje koje se prenosi od međukatne konstrukcije preko stupa i temelja na temeljno tlo.



 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

ZADACI ZA VJEŽBU - ZADATAK 1 I ZADATAK 2

Sastavljanje kolinearnih sila na pravcu

- **ZADATAK 1:** Na neko kruto tijelo djeluju tri sile u vodoravnom smjeru.
- - Zadano: $F_1 = 32,5 \text{ kN}$, $F_2 = -14,0 \text{ kN}$ i $F_3 = -25,0 \text{ kN}$.
- - Pitanje: Koliko iznosi rezultanta R i u kojem smjeru djeluje? Riješiti računski i grafički.

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

- **ZADATAK 2:** Na kruto tijelo djeluju tri sile pod kutom od 30° u odnosu na vodoravnu os x .
- - Zadano: $F_1 = 88 \text{ kN}$, $F_2 = -36 \text{ kN}$ i $F_3 = 24 \text{ kN}$.
- - Pitanje: Koliko iznosi rezultanta R i u kojem smjeru? Koliko iznose projekcije rezultante R na os x i os y ? Riješiti računski i grafički.

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

ZADACI ZA VJEŽBU - ZADATAK 3

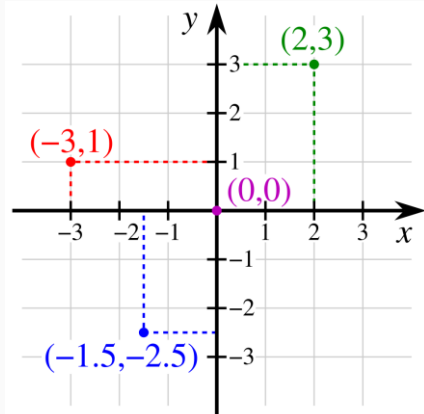
Proračun pritiska na temeljno tlo

- **ZADATAK 3:** Na stup od kamena bazalta ($\gamma = 30 \text{ kN/m}^3$) tlocrtnih dimenzija **60 x 60 cm** i visine **$h = 2,8 \text{ m}$** djeluje težina od **stropa $G = 35 \text{ kN}$** . Stup stoji na betonskom temelju samcu tlocrtnih dimenzija **90 x 90 cm** i visine **$h = 110 \text{ cm}$** ($\gamma_{\text{beton}} = 24 \text{ kN/m}^3$).
 - - Pitanje: Koliko iznosi rezultanta sila (R) djelovanja na temeljno tlo i u kojem smjeru?
 - Riješiti grafičkim i analitičkim postupkom.
 - **Uputa-Izračunaj:**
 - - Proračun težine stupa: $G_{\text{stupa}} = \dots\dots\dots [\text{kN}]$
 - - Proračun težine temelja: $G_{\text{temelja}} = \dots\dots\dots [\text{kN}]$
 - - Ukupna rezultatna sila pritiska: $R = G_{\text{stropa}} + G_{\text{stupa}} + G_{\text{temelja}} = \dots\dots\dots [\text{kN}]$
- ✍️ PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

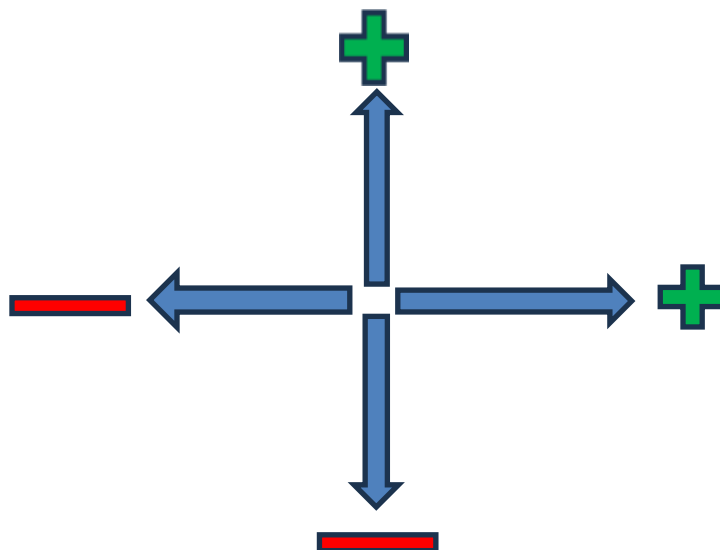
SILE NA PRAVCU POD KUTOM

Kartezijev koordinatni sustav

- **Pravokutni koordinatni sustav** - Za jednoznačno određivanje položaja i smjera sila pod kutom u ravnini koristimo Kartezijev (Descartesov) koordinatni sustav s dvije međusobno okomite osi: x (vodoravna os) i y (vertikalna os).
- **Sjecište osi** - točka O (0,0) predstavlja ishodište.



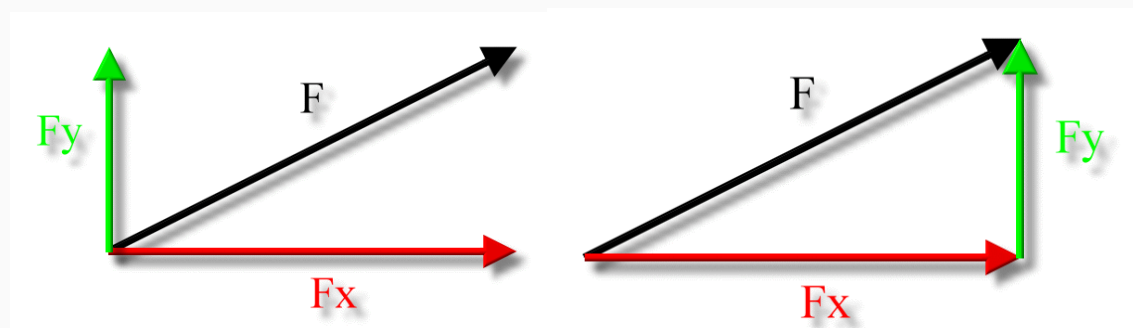
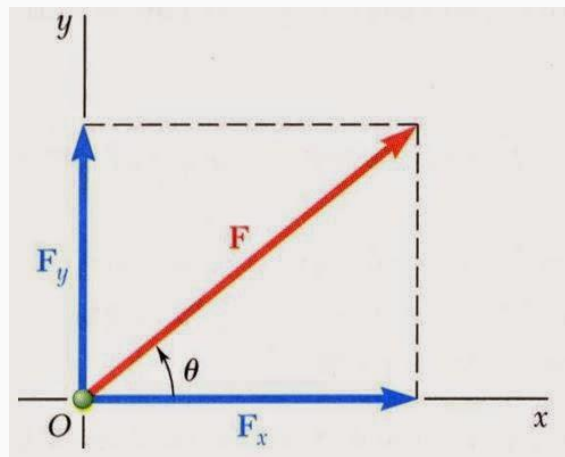
- **Predznaci projekcija sila po kvadrantima:**
 - - I. kvadrant (gore-desno): F_x je pozitivna (+), F_y je pozitivna (+)
 - - II. kvadrant (gore-lijevo): F_x je negativna (-), F_y je pozitivna (+)
 - - III. kvadrant (dolje-lijevo): F_x je negativna (-), F_y je negativna (-)
 - - IV. kvadrant (dolje-desno): F_x je pozitivna (+), F_y je negativna (-)



RASTAVLJANJE KOSIH SILA NA KOMPONENTE

Analitički postupak rastavljanja sile

- **Komponente (sastojnice) sile** - Kosa sila F koja zatvara kut α s osi x može se u ravnini potpuno zamijeniti sa svoje dvije međusobno okomite projekcije (sastojnice): vodoravnu F_x i vertikalnu F_y .
- **Trigonometrija pravokutnog trokuta:**
 - - sinus kuta ($\sin \alpha$) = nasuprotna kateta / hipotenuza = F_y / F
 - - kosinus kuta ($\cos \alpha$) = priležeća kateta / hipotenuza = F_x / F
- **Formule za izračun komponenata kosih sila:**
 $F_x = F \cdot \cos \theta$
 $F_y = F \cdot \sin \theta$



KOSE SILE - PRIMJERI 1, 2, 3, 4

Računanje projekcija i sila pod kutom

PRIMJER 1: Izračunaj projekcije F_x i F_y sile $F = 12 \text{ kN}$ čija zraka djelovanja zatvara s osi x kut $\alpha = 32^\circ$.

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

PRIMJER 2: Izračunaj projekcije F_x i F_y sile $F = 180 \text{ kN}$ čija zraka djelovanja zatvara s osi x kut $\alpha = 55^\circ$.

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

PRIMJER 3: Izračunaj projekcije F_x i F_y sile $F = 50 \text{ kN}$ čija zraka djelovanja zatvara s osi y kut $\beta = 30^\circ$.

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

PRIMJER 4: Izračunaj koliko iznosi kosa sila F ako se zna da je njezina okomita projekcija $F_y = 38 \text{ kN}$, a zraka djelovanja zatvara s osi x kut $\alpha = 49^\circ$.
Koliko iznosi F_x ?

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

OZNAČAVANJE SILA

- **Označavanje sila** - Sila je vektorska veličina i pravilno se označava masnim slovom (F) ili sa strelicom iznad ($\vec{F}$). Iz praktičnih razloga na ploči i u bilježnicama pišemo samo F , F_1 , F_2 , F_A ...

4. DOMAĆA ZADAĆA

Zadatak za domaću zadaću na posebnom listu

- Zadaci za samostalan rad:

- 1) Izračunaj projekcije F_x i F_y sile $F = 50 \text{ kN}$ čija zraka djelovanja zatvara s osi x kut $\alpha = 60^\circ$. Skiciraj zadatak. Provjeri rezultat.
- 2) Izračunaj projekcije F_x i F_y sile $F = 100 \text{ kN}$ čija zraka djelovanja zatvara s osi x kut $\alpha = 10^\circ$. Skiciraj zadatak. Provjeri rezultat.
- 3) Izračunaj projekcije F_x i F_y sile $F = 15 \text{ kN}$ čija zraka djelovanja zatvara s osi y kut $\beta = 36,5^\circ$. Skiciraj zadatak. Provjeri rezultat.
- 4) Koliki je iznos sile F ako je iznos njezine projekcije $F_x = 50 \text{ kN}$ i nalazi se pod kutom od 25° u odnosu na os x ?
 - Koliko iznosi F_y ?
 - Skiciraj zadatak. Provjeri rezultat.
- 5) Koliki je iznos sile F ako je iznos njezine projekcije $F_y = 30 \text{ kN}$ i nalazi se pod kutom od 67° u odnosu na os x ?
 - Koliko iznosi F_x ?
 - Skiciraj zadatak. Provjeri rezultat.
- **Uputa:** Zadatak prepisati i uredno nacrtati na poseban list s okvirom i malom sastavnicom te naslovom '4. DOMAĆA ZADAĆA'.

1. PROVJERA ZNANJA - PRIMJERI ISPITNIH LISTIĆA

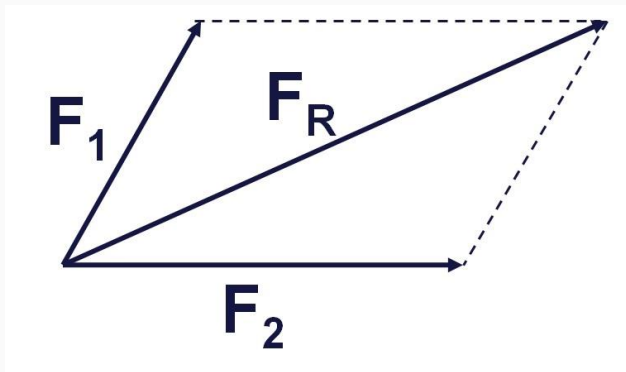
Kako izgleda ispitni listić iz prvog dijela gradiva?

- **Uvod** - Provjera se sastoji od 2 teoretska pitanja i 2 računski zadatka. Svaki točan odgovor donosi 1 bod. Za ocjenu odličan (5) rješava se dodatni zadatak.
- **ISPITNI LISTIĆ 1:**
 - Pitanje 1: Hoće li masa i težina nekog tijela biti jednaka na Mjesecu i na Zemlji? Objasni.
 - Pitanje 2: Navedi primjer koncentriranog opterećenja na zgradi i njegovu oznaku.
 - Zadatak 3: Izračunaj vlastitu težinu sloja poda od suhe hrastovine debljine 2,5 cm. Navedi točnu oznaku za težinu i mjernu jedinicu. ($\gamma_{\text{hrast}} = 8,00 \text{ kN/m}^3$).
 - Zadatak 4: Izračunaj težinu kugle izrađene od olova promjera 40 cm. ($\gamma_{\text{olovo}} = 114,00 \text{ kN/m}^3$).
- **ISPITNI LISTIĆ 2:**
 - Pitanje 1: Kojim mjernim instrumentom se mjeri težina?
 - Pitanje 2: Kako se nazivaju opterećenja na mostu uzrokovana vlastitom težinom kolnika, greda i stupova?
 - Zadatak 3: Izračunaj vlastitu težinu zida od suhe hrastovine debljine 10 cm i visine 2,5 m. Navedi točnu oznaku i jedinicu.
 - Zadatak 4: Izračunaj težinu valjka izrađenog od mesinga promjera baze 40 cm i visine 2 m. ($\gamma_{\text{mesing}} = 85,00 \text{ kN/m}^3$).

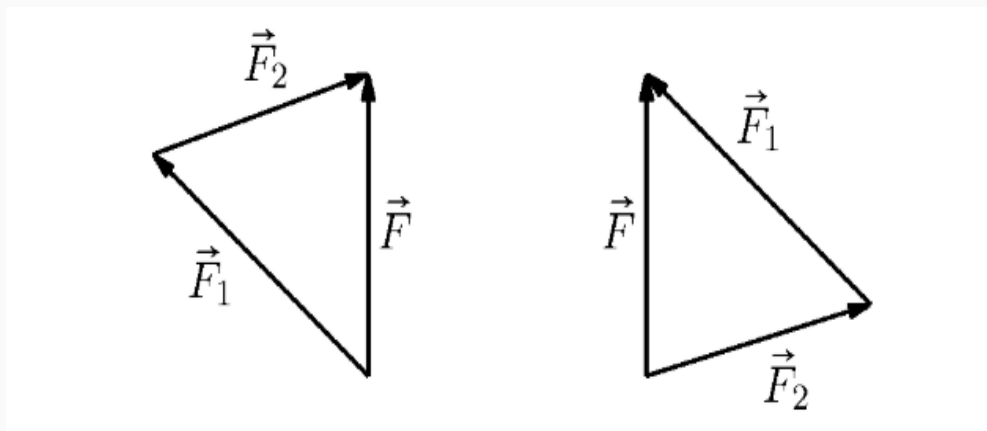
PARALELOGRAM I TROKUT SILA

Sastavljanje sila u različitim zrakama (sučeljne sile)

- **Sučeljni sustav** - Sile u prirodi i građevinskim konstrukcijama rijetko djeluju na istom pravcu. Najčešće djeluju duž različitih pravaca (zraka) koji se sijeku u jednoj točki (hvatištu).
- **Sastavljanje sučeljnih sila** - Rezultanta R dviju sila koje djeluju u istoj točki, ali pod kutom, određuje se primjenom dvaju grafičkih postupaka:
- **1) PARALELOGRAM SILA:** Sile F_1 i F_2 crtaju se iz zajedničkog hvatišta u odabranom mjerilu sila. Nad njima se povlače paralele kako bi se dobio paralelogram. Rezultanta F_R je dijagonala koja polazi iz zajedničkog hvatišta.



- **2) TROKUT SILA:** Sile se crtaju ulančano, jedna za drugom (na kraj prve sile nadovezuje se početak druge sile). Rezultanta F_R je treća stranica trokuta koja spaja početak prve sile s vrhom (krajem) druge sile.



PARALELOGRAM I TROKUT SILA - PRIMJER 1 & 2

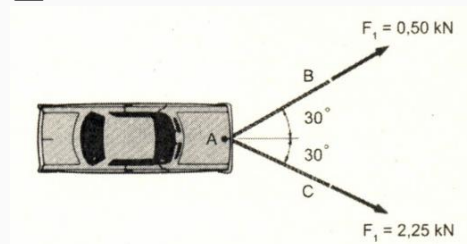
Grafičko rješavanje sučelnih sila na satu

- **PRIMJER 1:** Grafičkim postupkom, uporabom paralelograma i trokuta sila odredi hvatište, smjer i veličinu rezultante zadanih sila.

Opis primjera: Automobil koji je zapeo vuče se pomoću dva užeta silama $F_1 = 0,50 \text{ kN}$ i $F_2 = 2,25 \text{ kN}$. Kutovi između užadi i uzdužne osi automobila iznose po 30° s lijeve i desne strane.

Mjerilo sila odaberi sukladno veličini prostora za crtež.

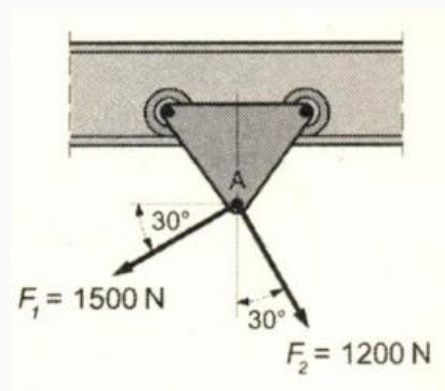
 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:



- **PRIMJER 2:** Grafičkim postupkom odredi rezultantu dviju sila koje se sijeku u točki A.

Opis primjera: Na trokutnu čeličnu ploču kolica djeluju dvije kose sile $F_1 = 1500 \text{ N}$ i $F_2 = 1200 \text{ N}$ pod kutovima od 30° u odnosu na vertikalnu os.

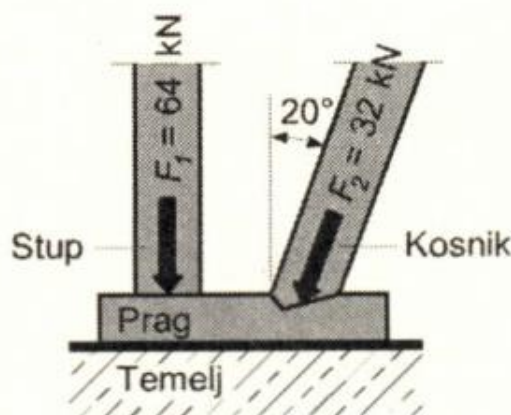
Mjerilo sila odaberi sukladno veličini prostora za crtež.



5. DOMAĆA ZADAĆA

Grafičko sastavljanje sila na posebnom listu

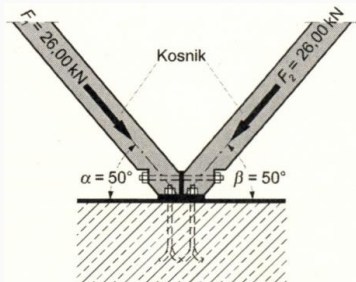
- **Zadatak** - Grafičkim postupkom, uporabom paralelograma ili trokuta sila odredi hvatište, smjer i veličinu rezultante zadanih sila za prikazani primjer.
- Mjerilo sila: Odaberi samostalno sukladno veličini prostora za crtež na papiru (npr. $M_F = 10 \text{ kN} / 1,0 \text{ cm}$).
- Opis konstrukcije: Kosnici (nogari) drvene skele oslonjeni su na tlo i prenose sile. Sile djeluju duž osi kosnika i sijeku se u vrhu.
- Sila **$F_1 = 26,00 \text{ kN}$** (kut $\alpha = 50^\circ$ prema tlu)
- Sila **$F_2 = 26,00 \text{ kN}$** (kut $\beta = 50^\circ$ prema tlu). Sile su simetrične.
- **Uputa:** Zadatak u potpunosti riješiti i nacrtati na poseban list s okvirom i malom sastavnicom te naslovom '5. DOMAĆA ZADAĆA'.



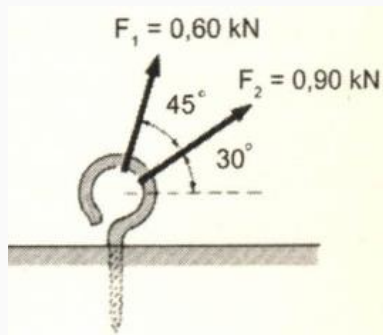
ZADACI ZA GRUPNI RAD - 1. I 2. ZADATAK

Suradničko učenje i rješavanje praktičnih problema

- 1. ZADATAK ZA GRUPNI RAD -



- 2. ZADATAK ZA GRUPNI RAD



- Grafičkim postupkom, uporabom paralelograma ili trokuta sila odredi hvatište, smjer i veličinu rezultante zadanih sila za prikazani primjer.
- Mjerilo sila odaberi sukladno veličini prostora za crtež.

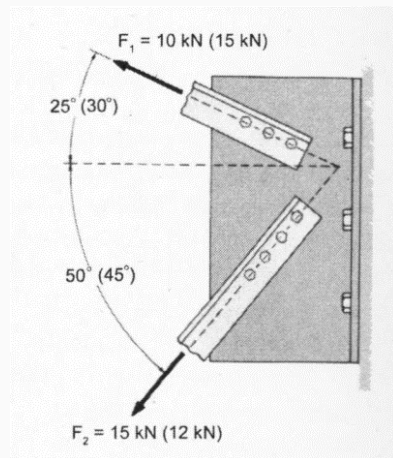
 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

3. ZADATAK ZA GRUPNI RAD & 6. DOMAĆA ZADAĆA

Zadaci s različitim parametrima po grupama

- **3. ZADATAK ZA GRUPNI RAD** - Proračun po grupama:
 - Zadatak: Grafičkim postupkom odredi rezultantu zadanih sila za prikazani primjer. Veličine kutova i sila odaberite iz tablice ispod u skladu s brojem svoje grupe.
 - Grupa 1: Gornji kut = 25° , Donji kut = 50° , $F_1 = 10 \text{ kN}$, $F_2 = 15 \text{ kN}$.
 - Grupa 2: Gornji kut = 25° , Donji kut = 45° , $F_1 = 10 \text{ kN}$, $F_2 = 12 \text{ kN}$.
 - Grupa 3: Gornji kut = 30° , Donji kut = 50° , $F_1 = 15 \text{ kN}$, $F_2 = 15 \text{ kN}$.
 - Grupa 4: Gornji kut = 30° , Donji kut = 45° , $F_1 = 15 \text{ kN}$, $F_2 = 12 \text{ kN}$.
 - Grupa 5: Gornji kut = 25° , Donji kut = 45° , $F_1 = 12 \text{ kN}$, $F_2 = 12 \text{ kN}$.
 - Grupa 6: Gornji kut = 30° , Donji kut = 45° , $F_1 = 15 \text{ kN}$, $F_2 = 15 \text{ kN}$.

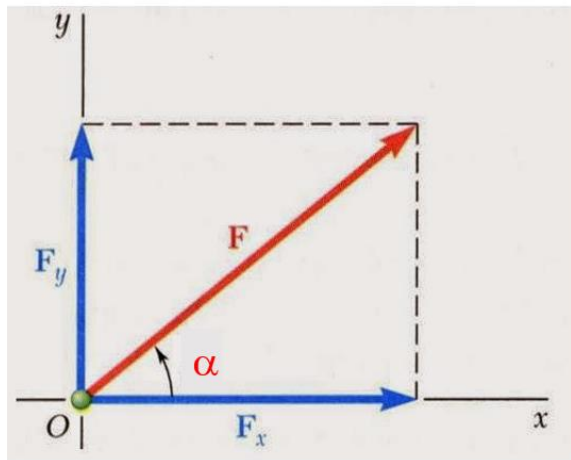
 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:



GRUPA: _____

6. DOMAĆA ZADAĆA

- Zadatak: Uredno i detaljno napisati i nacrtati sva tri zadatka (1., 2. i 3.) koja su u školi izrađena u okviru grupnog rada.
 - Format: List s okvirom i malom sastavnicom pod naslovom '6. DOMAĆA ZADAĆA'.



$$F_x = F \cdot \cos \alpha$$

$$F_y = F \cdot \sin \alpha$$

Predznak sastojnica

POZITIVAN PREDZNAK + imati će sve one sastojnice

• F_x koje su usmjerene u desno $F_x = +F \cdot \cos \alpha$ $\longrightarrow$

• F_y koje su usmjerene prema gore $F_y = +F \cdot \sin \alpha$ $\uparrow$

NEGATIVAN PREDZNAK - imati će sve one sastojnice

• F_x koje su usmjerene u lijevo $F_x = -F \cdot \cos \alpha$

• F_y koje su usmjerene prema dolje $F_y = -F \cdot \sin \alpha$ $\downarrow$

Sastojnice rezultante

Vodoravna sastojnica rezultante jednaka je zbroju svih vodoravnih sastojnica

$$R_x = F_{x1} + F_{x2} + F_{x3} + \dots + F_{xn}$$

$$R_x = \sum F_x$$

Uspravna sastojnica rezultante jednaka je zbroju svih uspravnih sastojnica

$$R_y = F_{y1} + F_{y2} + F_{y3} + \dots + F_{yn}$$

$$R_y = \sum F_y$$

PRILIKOM ZBRAJANJA SASTOJNICA PAZI NA PREDZNAK!!!

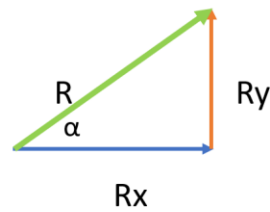
Rezultanta

- **Rezultantu R** određujemo na temelju **Pitagorina poučka** budući da je rezultanta **R** hipotenuza pravokutnog trokuta, a **R_x** i **R_y** su međusobno okomite katete.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

KUT

- Kut što ga rezultanta R zatvara sa x ili y osi nalazimo tako da je:
- $tg\alpha = \frac{R_y}{R_x}$

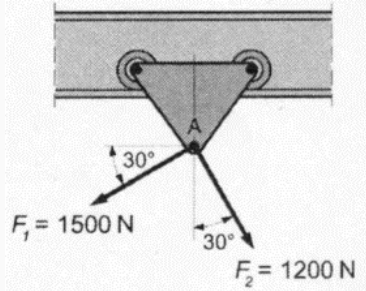


ANALITIČKI POSTUPAK

Računska provjera grafičkih rezultata

- **PRIMJER**

Za primjer dviju sila potrebno je izračunati veličinu rezultante sile.



 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

7. DOMAĆA ZADAĆA

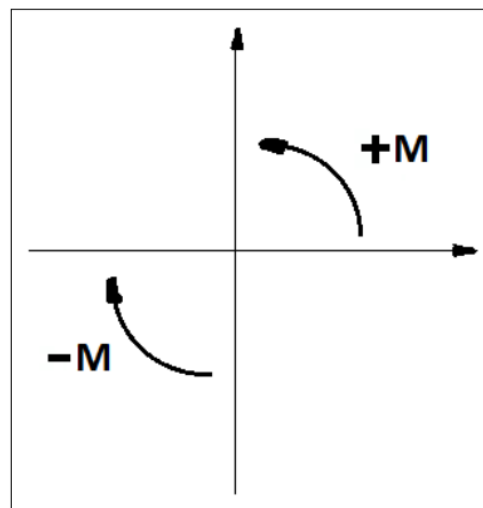
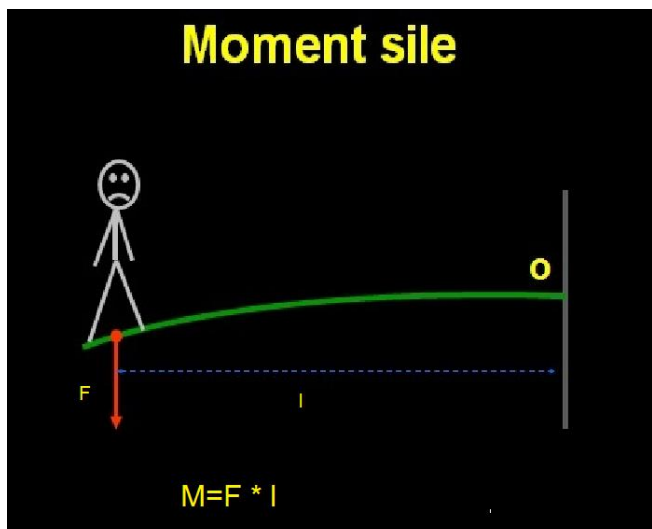
Analitički postupak određivanja rezultante sila

- **Zadatak:** Na primjeru zadatka iz 5. domaće zadaće, analitičkim postupkom izračunaj točnu veličinu rezultante sile R.
- **Uputa:** Zadatak napisati i uredno skicirati (samo sile kao vektore) na poseban list s okvirom i malom sastavnicom pod naslovom '7. DOMAĆA ZADAĆA'.

MOMENT SILE

Rotacijsko ili okretno djelovanje sile oko točke

- **Definicija** - Moment sile (M) je fizikalna veličina koja opisuje sposobnost sile da uzrokuje rotaciju (okretanje) krutog tijela oko neke fiksne točke (momentno središte).
- Moment sile ovisi o tri ključna parametra:
 1. **Intenzitetu (jakosti) sile F** (izražava se u njutnima [N] ili kilonjutnima [kN]).
 2. **Najkraćoj udaljenosti od točke okretanja do zrake djelovanja sile** - ta se udaljenost naziva KRAK SILE l . Krak sile je uvijek i isključivo OKOMICA spuštena iz točke okretanja na pravac sile!
 3. **Smjeru okretanja (predznak momenta)**: po dogovoru, okretanje u smjeru kazaljke na satu označavamo s negativnim predznakom (-), a okretanje suprotno od kazaljke na satu s pozitivnim (+).
- **Formula**: $M = \pm F \cdot l$
- **Mjerne jedinice**: [Nm] (njutn-metar), [kNm] (kilonjutn-metar), [Ncm] (njutn-centimetar).



MOMENT SILE - PRIMJER 1 & PRIMJER 2

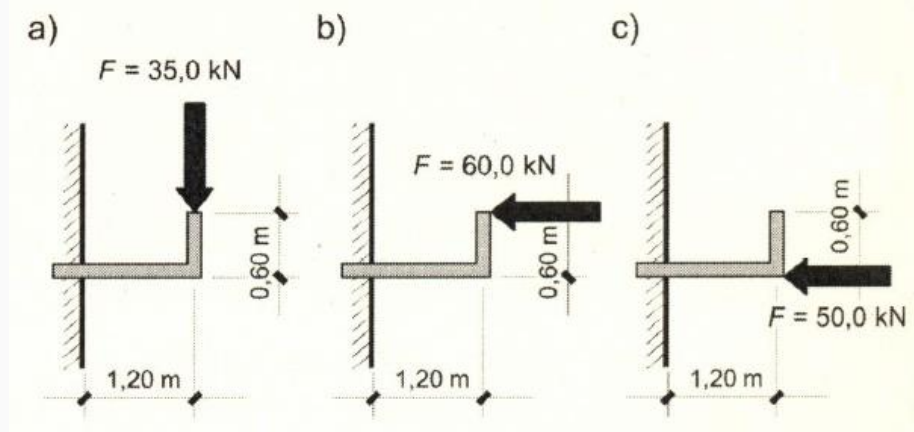
Uvježbavanje osnovne formule za moment

- **PRIMJER 1:** Potrebno je pritegnuti maticu vijka 30 cm dugim ključem. Na kraju ključa djeluje sila od $F = 0,38 \text{ kN}$ okomito na ključ. Izračunaj veličinu momenta sile.
 - Krak u metrima: $l = 30 \text{ cm} = 0,30 \text{ m}$.
 - Proračun momenta: $M = F \cdot l = 0,38 \text{ kN} \cdot 0,30 \text{ m} = 0,114 \text{ kNm} = 114 \text{ Nm}$.
- **PRIMJER 2:** Izračunaj nedostajuće veličine iz tablice (primijeniti $M = F \cdot l$):
 - a) Krak $l = 20 \text{ cm}$, Sila $F = 15 \text{ kN}$ => Moment $M = \dots\dots\dots \text{ kNm}$
 - b) Sila $F = 12,3 \text{ kN}$, Moment $M = 95 \text{ kNm}$ => Krak $l = \dots\dots\dots \text{ m}$
 - c) Krak $l = 2,75 \text{ m}$, Moment $M = 178 \text{ kNm}$ => Sila $F = \dots\dots\dots \text{ kN}$
 - d) Krak $l = 1,95 \text{ m}$, Sila $F = 39 \text{ kN}$ => Moment $M = \dots\dots\dots \text{ kNm}$
 - e) Sila $F = 2,70 \text{ kN}$, Moment $M = 5,9 \text{ Nm}$ => Krak $l = \dots\dots\dots \text{ cm}$
(Pazi na jedinice!)

MOMENT SILE - PRIMJERI 3, 4, 5

Konzolne grede i zakon poluge

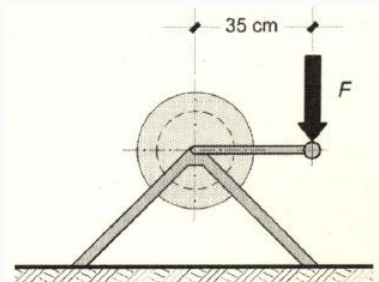
- PRIMJER 3:** Izračunaj veličinu momenta na mjestu upetosti (u zidu) prikazane konstrukcije izazvanog djelovanjem vertikalne sile



 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

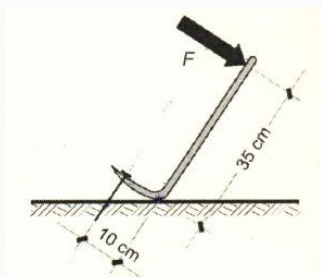
- PRIMJER 4:** Ručica ručne dizalice duga je 35 cm. Izračunaj potrebnu veličinu sile F koja djeluje okomito na ručicu ako potreban moment za podizanje tereta iznosi $M = 0,105 \text{ kNm}$.

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:



PRIMJER 5: Kolikom silom F moramo djelovati na polugu za vađenje čavala duljine 35 cm, ako čavao pruža otpor čupanju od 0,70 kN na kraćem kraku od 10 cm?

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

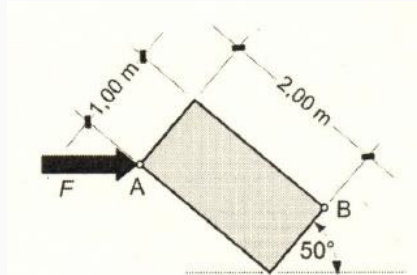


MOMENT SILE - PRIMJERI 6, 7, 8

GRUPNI RAD:

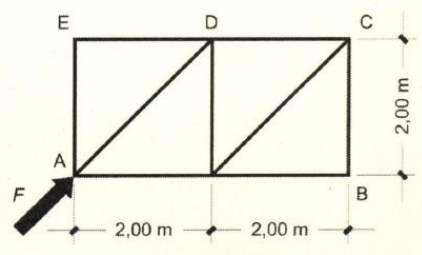
- **PRIMJER 6:** Na pravokutnu ploču duljine 2 m i širine 1 m, nagnutu pod kutom od 50° prema tlu, u točki A djeluje vodoravna sila $F = 0,20$ kN. Odredi moment sile F s obzirom na točku B.

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:



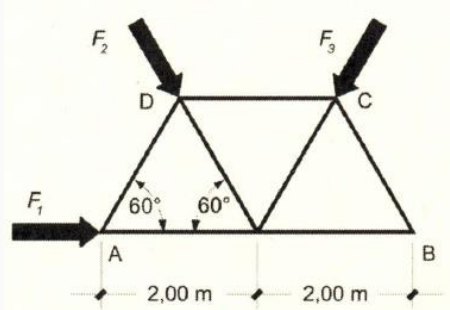
- **PRIMJER 7:** Na rešetkasti nosač u obliku pravokutne ploče ABCDE djeluje kosa sila $F = 0,20 \text{ kN}$ čija zraka djelovanja prolazi dijagonalom AD. Izračunaj moment te sile s obzirom na točke A, B, C, D i E.

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:



- **PRIMJER 8:** Na rešetkasti nosač ABCD djeluju tri sile: vodoravna sila $F_1 = 0,20 \text{ kN}$, te dvije kose sile $F_2 = 0,50 \text{ kN}$ i $F_3 = 0,80 \text{ kN}$. Izračunaj ukupni (rezultirajući) moment svih sila s obzirom na točku B.
- Formula za rezultirajući moment: $M_{\text{ukupno}} = \sum(F_n \cdot l_n) = M_1 + M_2 + M_3$.

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:



8. DOMAĆA ZADAĆA

Zadatak za domaću zadaću na posebnom listu

- **Zadatak** - Uredno i detaljno napisati, proračunati i nacrtati sve zadatke koji su u školi izrađeni u okviru grupnog rada i rješavanja složenih primjera s momenta sile (Primjeri 6, 7 i 8).
- - Proračune prikazati postupno, s jasnim označavanjem krakova i predznaka (smjera rotacije).
- - Nacrte izraditi uredno u prikladnom mjerilu.
- **Uputa:** Zadatak napisati i uredno nacrtati na poseban list s okvirom i malom sastavnicom te naslovom '8. DOMAĆA ZADAĆA'.

PRONALAZENJE REZULTANTE OPĆEG SUSTAVA SILA

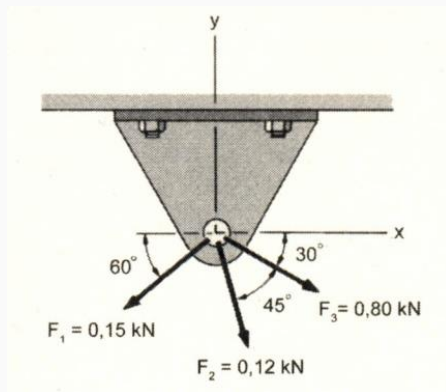
Grafički postupak - Poligon sila

- **Poligon sila (ili poligon vektora)** - temeljna grafička metoda za određivanje rezultante kada na jednu točku (ili kruto tijelo) djeluje više raznosmjernih sila.
- Pravilo konstrukcije poligona sila:
 - 1) Odabrati prikladno mjerilo sila M_F [kN/cm].
 - 2) Nacrtati prvu silu F_1 kao vektor iz odabranog hvatišta.
 - 3) Na vrh (kraj) prve sile ulančano crtati početak druge sile F_2 , na kraj druge sile F_3 , i tako redom sve preostale sile.
- **4) REZULTANTA R** - vektor koji spaja početak prve ulančane sile (ishodište) i vrh (kraj) zadnje ulančane sile.
- **5) Smjer rezultante** - uvijek je usmjeren od početka prve prema kraju zadnje sile (zatvara poligon).

REZULTANTA OPĆEG SUSTAVA - PRIMJER 1

Grafičko određivanje rezultante poligonom sila

- **PRIMJER 1:** Grafičkim postupkom, uporabom poligona sila odredi hvatište, smjer i veličinu rezultante zadanih sila.
- - Zadani podaci: Tri sučeljne sile djeluju u zglobu čeličnog elementa.
- - $F_1 = 0,15 \text{ kN}$ (pod kutom od 60° u trećem kvadrantu prema vodoravnoj osi).
- - $F_2 = 0,12 \text{ kN}$ (pod kutom od 75° prema dolje, gotovo vertikalno).
- - $F_3 = 0,80 \text{ kN}$ (pod kutom od 30° u četvrtom kvadrantu prema vodoravnoj osi).
- - Mjerilo sila: Odaberi sukladno veličini prostora za crtež.



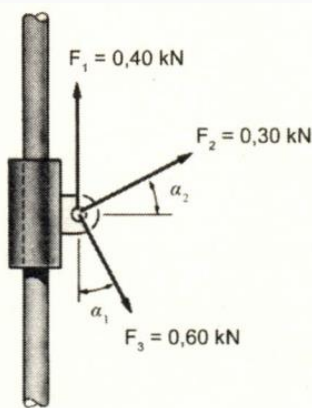
 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

REZULTANTA OPĆEG SUSTAVA - PRIMJER 2

Uvježbavanje poligona sila na satu

- **PRIMJER 2:** Grafičkim postupkom, uporabom poligona sila odredi hvatište, smjer i veličinu rezultante zadanih sila.
- - Zadani podaci: Sile djeluju na pokretni prsten (klizač) montiran na vertikalnom stupu.
- - Sile izmjerene na prstenu: $F_1 = 0,40 \text{ kN}$ (usmjerena vertikalno prema gore), $F_2 = 0,30 \text{ kN}$ (usmjerena koso prema gore pod kutom α_2), $F_3 = 0,60 \text{ kN}$ (usmjerena koso prema dolje pod kutom α_1).
- - Upute: Nacrtati sile ulančano u mjerilu i zatvoriti poligon rezultantom R.

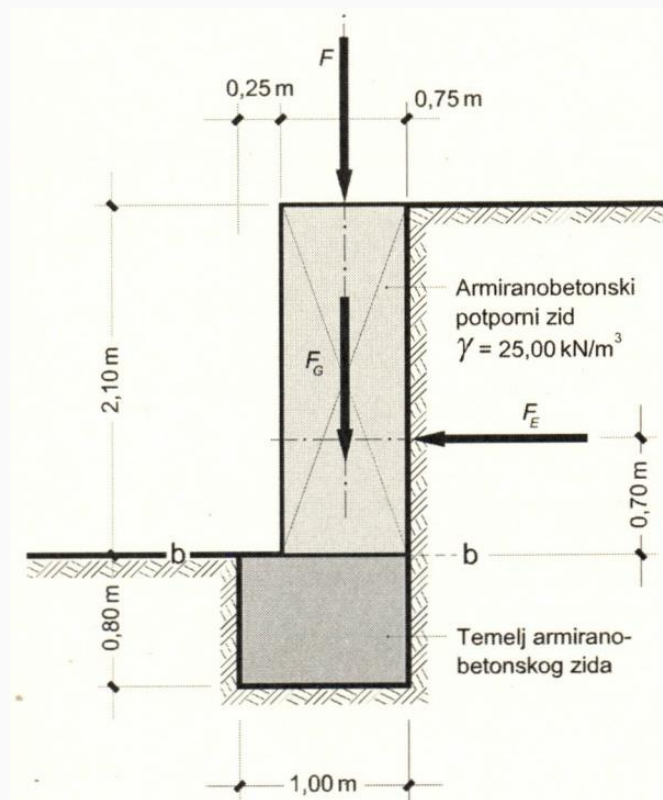
 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:



REZULTANTA OPĆEG SUSTAVA - PRIMJER 3

Opterećenje potpornog zida

- **PRIMJER 3:** Grafičkim postupkom, uporabom poligona sila odredi smjer i veličinu rezultante zadanih sila.
- - Opis: Na masivni armiranobetonski potporni zid ($\gamma = 25,00 \text{ kN/m}^3$) djeluju vanjske sile.
- - Sile u sustavu:
vlastita težina samog potpornog zida F_G (okomito prema dolje),
horizontalna koncentrirana sila pritiska zemlje $F_E = 15,00 \text{ kN}$ (gura ulijevo),
vanjsko opterećenje s vrha $F = 20,00 \text{ kN}$.
- - Zadatak: Grafički sastaviti sile i odrediti položaj rezultantne sile pritiska na temelj.



 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

GRUPNI RAD & 9. DOMAĆA ZADAĆA

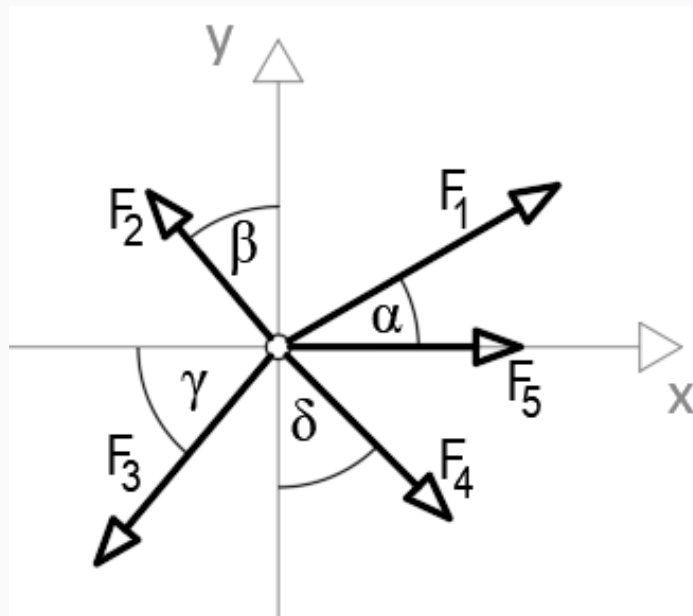
Određivanje rezultante i njezinog smjernog kuta

GRUPNI RAD NA SATU:

- - Zadatak: Svaka grupa samostalno kreira jedan složeniji zadatak s 4 do 5 sila koje se sijeku u jednoj točki. Sile riješiti grafički poligonom sila.

9. DOMAĆA ZADAĆA - Sastavljanje sučelnih sila:

- - Zadatak: Grafičkim postupkom (poligonom sila) odredite rezultantu 5 sila koje djeluju na točku sa slike. Izmjerite i očitajte smjerni kut rezultante (ω).
- - Upute: Sile nacrtati u prikladnom mjerilu (ne presitno ni preveliko) i po želji ih urediti bojama za bolju preglednost.
- **Uputa:** Zadatak napisati i uredno nacrtati na poseban list s okvirom i malom sastavnicom te naslovom '9. DOMAĆA ZADAĆA'.



PRONALAŽENJE REZULTANTE - ANALITIČKI POSTUPAK

Opći sustav sila i Varignonov teorem

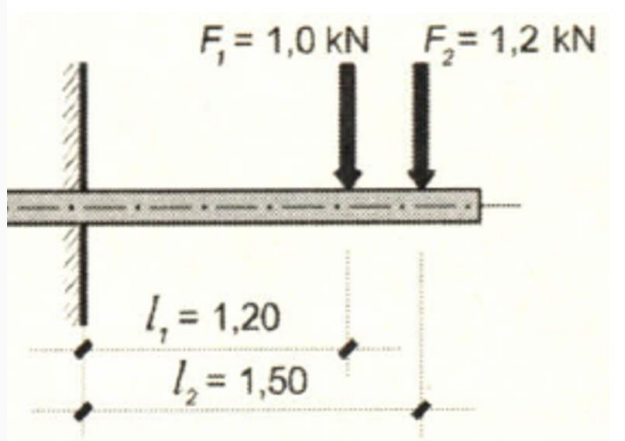
- **Opći sustav sila u ravnini** - sustav u kojemu sile imaju proizvoljne pravce i položaje u ravnini te se ne sijeku sve u jednoj zajedničkoj točki.
- **Sastavljanje općeg sustava** - rezultantu tražimo računskim (analitičkim) postupkom preko projekcija sila i momenata.
- **Varignonov teorem (teorem o momentu)** - Algebarski zbroj statičkih momenata svih pojedinačnih sila s obzirom na bilo koju točku (momentsko središte) u ravnini, jednak je statičkom momentu njihove rezultante s obzirom na tu istu točku.
- **Formula:** $M_R = R \cdot d = \Sigma(F_i \cdot l_i) \Rightarrow d = \Sigma(F_i \cdot l_i) / R$
- **d** najkraća udaljenost rezultante R od odabranog momentskog središta (krak rezultante).

PRONALAŽENJE REZULTANTE - ANALITIČKI POSTUPAK

ZADATAK 1.

Prepušteni nosač opterećen je s dvije uspravne i usporedne pojedinačne sile $F_1 = 1,0 \text{ kN}$ i $F_2 = 1,2 \text{ kN}$.

Grafičkim i analitičkim postupkom odredi veličinu i položaj rezultante (R , l_R)
Mjerilo sila odaberi sukladno veličini prostora za crtež.



 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

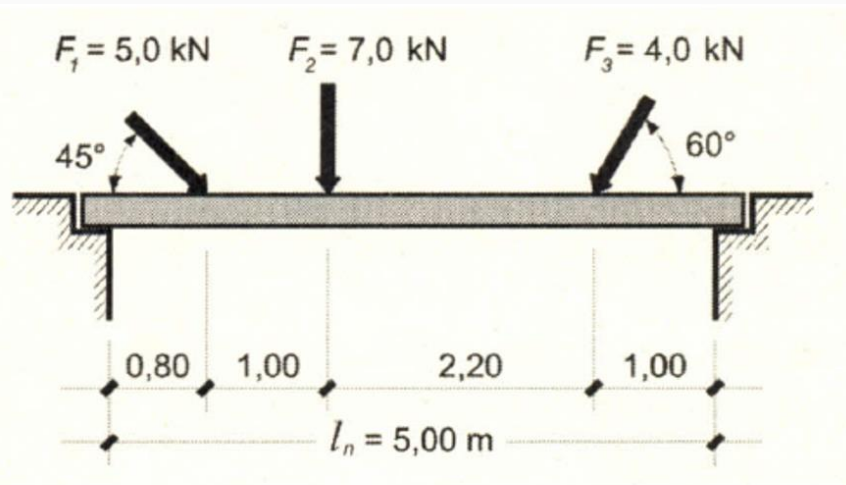
ZADATAK 2.

Slobodno poduprti nosač opterećen je s tri pojedinačne sile

$F_1 = 5,0 \text{ kN}$, $F_2 = 7,0 \text{ kN}$ i $F_3 = 4,0 \text{ kN}$.

Grafičkim i analitičkim postupkom odredi veličinu i položaj rezultante s obzirom na udaljenost od lijevog ruba naljezanja (R , l_R)

Mjerilo sila odaberi sukladno veličini prostora za crtež.



 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

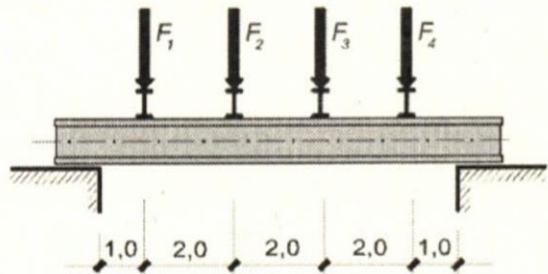
ANALITIČKI POSTUPAK - GRUPNI RAD

Sastavljanje općeg sustava sila na nosaču

- ZADATAK ZA GRUPNI RAD NA SATU:

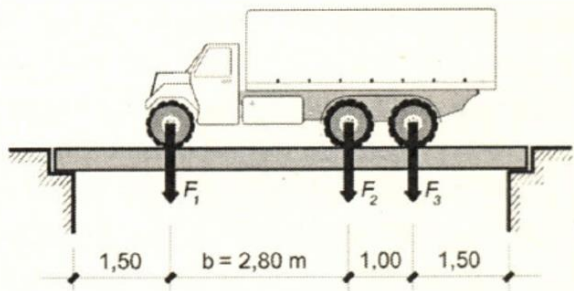
GRUPNI RAD

Zadatak 3. Četiri uzdužna stropna nosača prenose opterećenje uspravnih pojedinačnih sila $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = 8,0 \text{ kN}$ na čeličnu podvlaku. Grafičkim i analitičkim postupkom odredi veličinu rezultante i njen položaj s obzirom na udaljenost od lijevog ruba nalijeganja nosača (ili gdje je nosač poduprt).



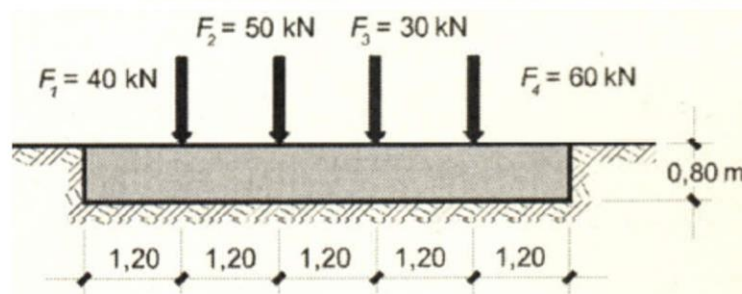
GRUPNI RAD

Zadatak 4. Teretno vozilo prenosi na nosač – most osovinsko opterećenje $F_1 = 90,0 \text{ kN}$, $F_2 = 105,0 \text{ kN}$ i $F_3 = 105,0 \text{ kN}$. Grafičkim i analitičkim postupkom odredi veličinu i položaj rezultante (R i l_R).



GRUPNI RAD

Zadatak 5. Trakasti temelj opterećen je s četiri stupa, odnosno s četiri pojedinačne sile različitih jakosti $F_1 = 40,0 \text{ kN}$, $F_2 = 50,0 \text{ kN}$, $F_3 = 30,0 \text{ kN}$ i $F_4 = 60,0 \text{ kN}$. Grafičkim i analitičkim postupkom odredi veličinu i položaj rezultante (R i l_R).



Mjerilo sila odaberi sukladno veličini prostora za crtež.

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

RAVNOTEŽA SILA

Kada je sustav sila u ravnini u ravnoteži?

- **Uvjet ravnoteže** - sustav sila koji djeluje na kruto tijelo bit će u stanju statičke ravnoteže onda kada je rezultatno djelovanje svih sila jednako nuli ($R = 0$), što znači da tijelo miruje.
- **1) GRAFIČKI UVJET RAVNOTEŽE:**
 - Poligon sila mora biti zatvoren lik! To znači da se početak prve ulančane sile i vrh zadnje sile podudaraju u istoj točki.
- **2) RAČUNSKI (ANALITIČKI) UVJETI RAVNOTEŽE:**
 - Za opći sustav sila u ravnini moraju biti ispunjena tri nezavisna uvjeta ravnoteže (zbroj sila po osima i zbroj momenata moraju biti nula):
 - 1) $\Sigma x = 0 \Rightarrow$ Algebarski zbroj svih vodoravnih komponenta sila mora biti nula.
 - 2) $\Sigma y = 0 \Rightarrow$ Algebarski zbroj svih vertikalnih komponenta sila mora biti nula.
 - 3) $\Sigma M = 0 \Rightarrow$ Algebarski zbroj statičkih momenata svih sila s obzirom na bilo koju točku u ravnini mora biti nul

RASTAVLJANJE SILE U DVIJE SASTOJNICE

Grafički postupak rastavljanja pomoću paralelograma

- **Rastavljanje sile** - postupak u kojem jednu zadanu silu F (koja predstavlja rezultantu) želimo zamijeniti s dvije komponente (sastojnice) S_1 i S_2 koje djeluju u zadanim pravcima

- .

- **Grafički postupci**

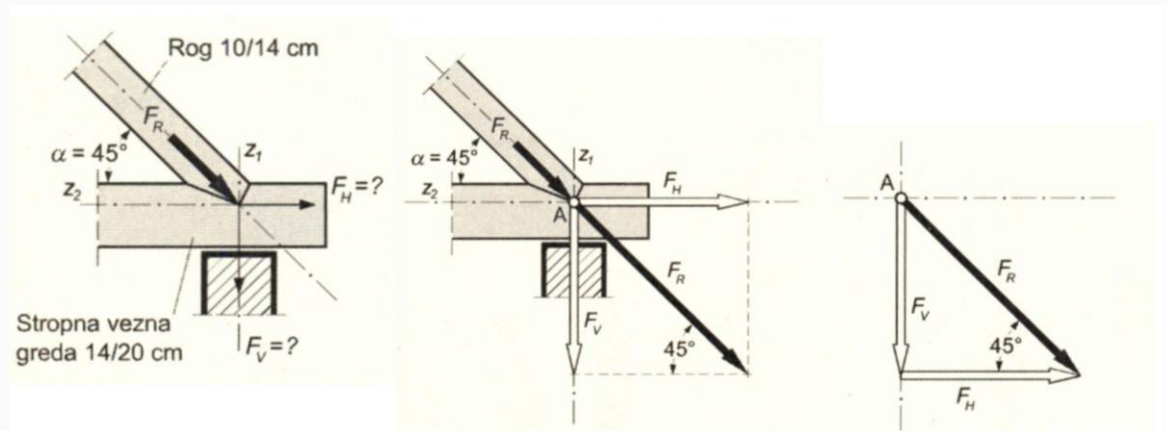
-

1) **METODA PARALELOGRAMA SILE:**

Zadana sila F crta se kao dijagonala paralelograma koji želimo konstruirati. Iz njezina hvatišta povuku se pravci zadanih smjerova sastojnica. Iz vrha sile F povuku se paralele sa zadanim pravcima. Sjecišta paralela s pravcima određuju duljine (veličine) sastojnica S_1 i S_2 .

2) **METODA TROKUTA SILE:**

Zadana sila F se nacrtava u mjerilu. Iz njezina početka i kraja povuku se pravci zadanih smjerova sastojnica. Sjecište tih dvaju pravaca zatvara trokut sila, a stranice trokuta predstavljaju veličine sastojnica.



-

GRAFIČKO RASTAVLJANJE SILA - PRIMJER

Betonska kocka na dva kosa štapna ovjesa

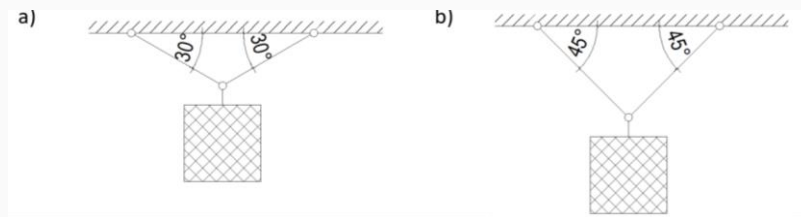
- **PRIMJER:** Betonska kocka duljine brida $a = 50 \text{ cm}$ (beton, $\gamma = 24,00 \text{ kN/m}^3$) visi o strop tako da je za njega vezana s dva kosa simetrična čelična štap.
- a) Štapovi su nagnuti pod kutom od 30° u odnosu na strop (vodoravni pravac).
- b) Štapovi su nagnuti pod kutom od 45° u odnosu na strop (vodoravni pravac).

- **Zadatak:**

- 1) Izračunajte volumen kocke $V [\text{m}^3]$ i težinu kocke $G [\text{kN}]$. G predstavlja vertikalnu silu F koja djeluje okomito prema dolje.
- 2) Grafičkim postupkom (paralelogramom ili trokutom sila) odredite sile (sastojnice S_1 i S_2) koje djeluju u osima štapova.

Mjerilo sila odaberi sukladno veličini prostora za crtež.

- **3) Komentirajte:** Jesu li štapovi izloženi tlaku ili vlaku?



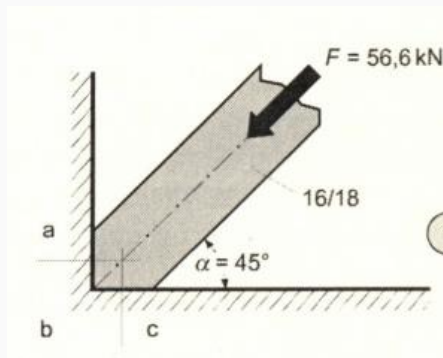
 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

GRAFIČKO RASTAVLJANJE SILA - GRUPNI RAD

Proračun sastojnica kosog drvenog kosnika

- ZADATAK ZA GRUPNI RAD NA SATU:
- - Opis: Kosa drvena upora priklonjena pod kutom $\alpha = 45^\circ$ pravokutnog poprečnog presjeka (16/18 cm) upire se u vodoravni pod i vertikalni zid.
- - Upora prenosi i pritiskuje oslonce silom $F = 56,60 \text{ kN}$ koja djeluje duž njezine uzdužne osi.
- - Zadatak: Grafičkim postupkom (paralelogramom sila) odredite vodoravnu (F_H) i uspravnu (F_V) sastojnicu sile F koje djeluju na dodirne plohe u podu i zidu. Mjerilo sila odaberi sukladno veličini prostora za crtež.

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:



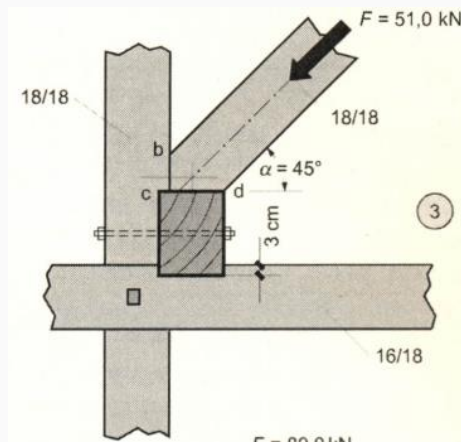
10. DOMAĆA ZADAĆA - 1. I 2. ZADATAK

Grafičko rastavljanje sila na drvenim spojevima

1. ZADATAK ZA 10. DOMAĆU ZADAĆU - Drveni usijek:

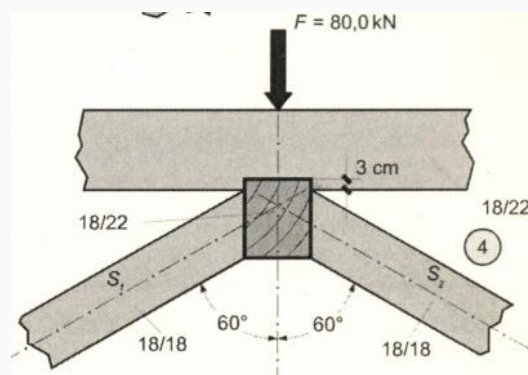
- Opis: Kosa upora (18/18 cm) pod kutom $\alpha = 45^\circ$ upire se u sječiste vodoravne i uspravne grede i prenosi silu **F = 51,00 kN**. Grafičkim postupkom odrediti sastojnice koje djeluju na dodirne plohe (bc i cd).

Mjerilo sila odaberi sukladno veličini prostora za crtež.



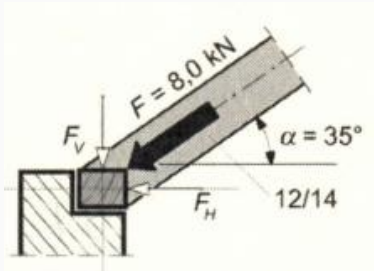
2. ZADATAK ZA 10. DOMAĆU ZADAĆU - Jednostruka razupora:

- Opis: Vodoravna greda (18/22 cm) jednostruke razupore prenosi silu **F = 80,00 kN** koja se u čvoru rastavlja na dvije kose upore S_1 i S_2 . Upore su priklonjene prema vertikali pod kutom od 60° .
- Zadatak: Grafičkim postupkom odredi sastojnice u osima upora S_1 i S_2 (hvatište, smjer i veličinu). Mjerilo sila odaberi sukladno veličini prostora za crtež.



3. ZADATAK ZA 10. DOMAĆU ZADAĆU - Nazidna greda:

- Opis: upora priklonjena pod kutom $\alpha = 35^\circ$ upire se u drveni prag (nazidnu gredu) djelujući silom $F = 8,00 \text{ kN}$.
- - Zadatak: Grafičkim postupkom odredi vodoravnu (F_H) i uspravnu (F_V) sastojnicu sile F .



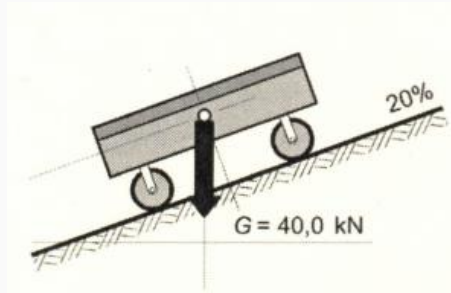
Uputa:

- **Mjerilo sila odaberi sukladno veličini prostora za crtež**
- **Zadatke 1, 2 i 3 napisati i uredno nacrtati na poseban list s okvirom i malom sastavnicom te naslovom „10. DOMAĆA ZADAĆA”**

ZADACI ZA VJEŽBU

1. ZADATAK - Vozilo na kosini:

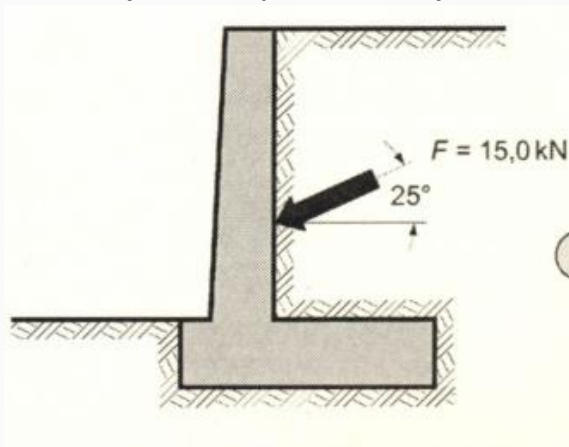
- - Opis: Vozilo ukupne težine $G = 40,00 \text{ kN}$ stoji na cesti koja je pod nagibom od 20%.
- - Zadatak: Grafičkim postupkom odrediti sastojnice težine od kojih je jedna okomita na plohu ceste (pritisak na tlo), a druga usporedna s plohom ceste (vučna sila koja teži klizanju niz kosinu).



 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

2. ZADATAK - Pritisak zemlje na zid:

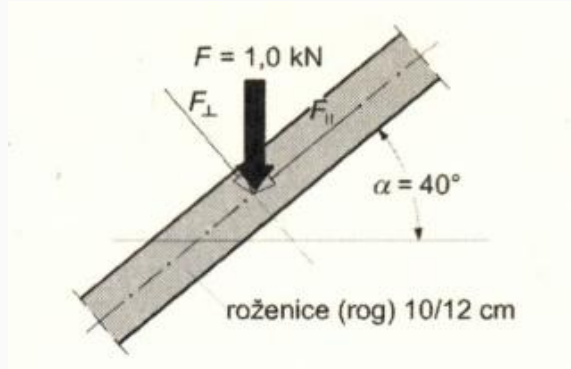
- - **Opis:** Na betonski potporni zid djeluje kosa sila težine (pritiska) zemlje $F_E = 15,00 \text{ kN}$ pod kutom $\alpha = 25^\circ$ prema horizontali.
- - **Zadatak:** Grafičkim postupkom odrediti vodoravnu (F_H) i uspravnu (F_V) sastojnicu sile pritiska zemlje F_E .



 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE

3. ZADATAK -Opterećenje krovnog roga:

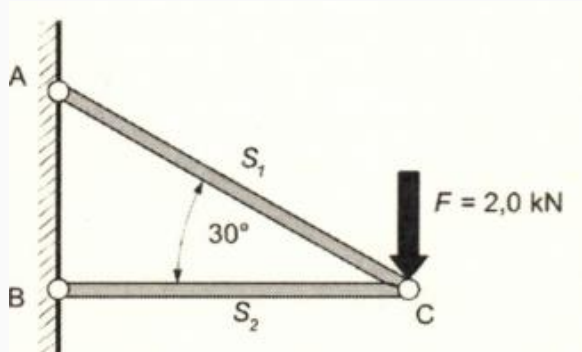
- - **Opis:** Rog (roženica) drvenog krovišta priklonjen pod kutom $\alpha = 40^\circ$ opterećen je vertikalnom pojedinačnom silom $F = 1,00 \text{ kN}$ (npr. od težine pokrova).
- - **Zadatak:** Grafičkim postupkom odrediti veličinu sastojnice sile F okomite na uzdužnu os roga (uzrokuje savijanje roga) kao i veličinu sastojnice sile F usporedne s uzdužnom osi roga (uzrokuje pritisak/tlak duž roga).



 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE

4. ZADATAK - Štapna konzola:

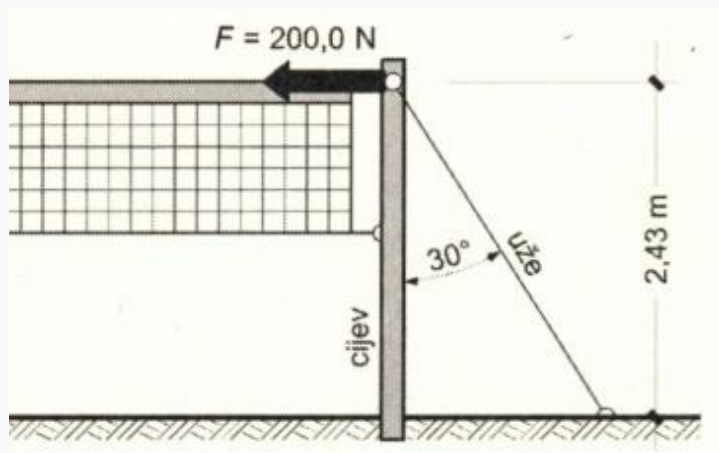
- - **Opis:** Za prikazani sustav dvaju štapova (S_1 i S_2) koji u čvoru C nose vertikalnu silu $F = 2,00 \text{ kN}$, potrebno je grafički odrediti sile koje djeluju u osima štapova S_1 i S_2 .
- - **Analiza:** Zaključite koji je štap izložen vlačnom naprezanju (vlak), a koji tlačnom (tlak).



 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE

5. ZADATAK - Odbojkaška mreža:

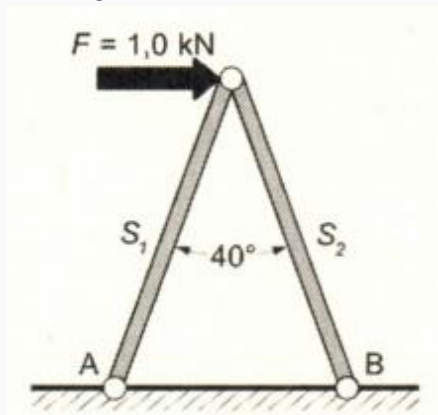
- - **Opis:** Mreža za odbojku napeta je vodoravnom silom $F = 200,00 \text{ N}$ preko gornjeg čeličnog užeta. Sila se u vrhu stupa prenosi na vertikalni cjevasti čelični stup i koso zatezno uže usidreno u tlo pod kutom od 30° prema stupu.
- - **Zadatak:** Grafičkim postupkom odredi sastojnicu koju preuzima stup (tlak u stupu) i sastojnicu u kosom zateznom užetu (vlak u užetu).



 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE

6. ZADATAK - Kosnici skele:

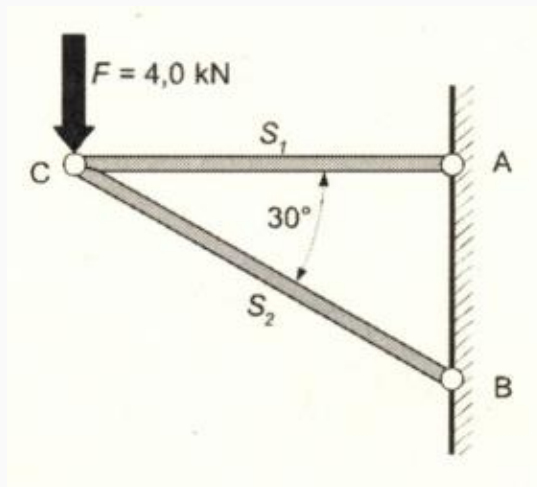
- - **Opis:** Nogari (kosnici) skele opterećeni su na vrhu vodoravnom silom vjetra $F = 1,00 \text{ kN}$.
- - **Zadatak:** Grafičkim postupkom odredi sastojnice sile F koje djeluju u osima nogara S_1 i S_2 . Pokušajte zaključiti kakvo djelovanje (tlak ili vlak) imaju te sile na nogare.



 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE

7. ZADATAK - Štapna vješalica:

- - **Opis:** Sustav dvaju štapova S_1 i S_2 vezanih za vertikalni zid opterećen je u čvoru C silom
- **$F = 4,00 \text{ kN}$.**
- - **Zadatak:** Rastavi silu F na sastojnice u smjeru osi štapova S_1 i S_2 te odredi njihove veličine grafičkim postupkom. Razmisli kakvom je djelovanju izložen prikazani sustav štapova.

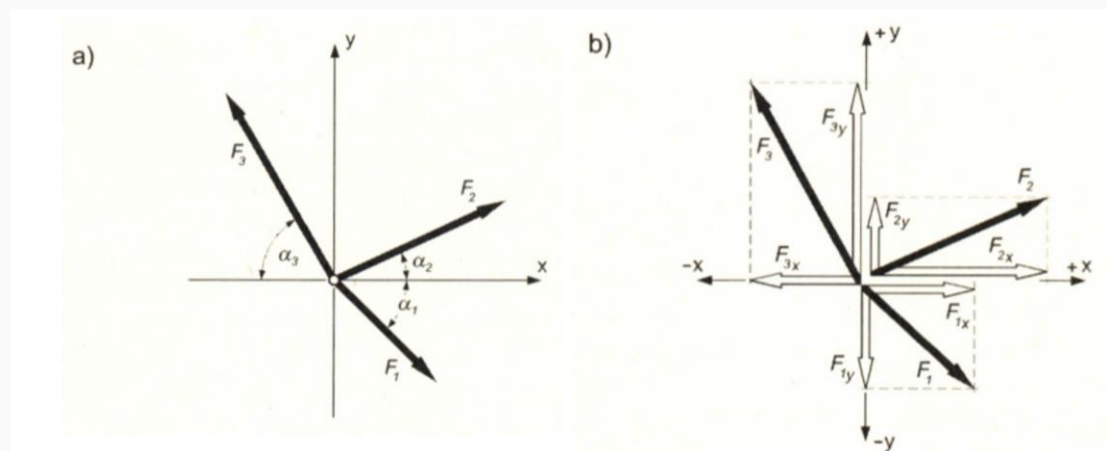


 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE

ANALITIČKI POSTUPAK RASTAVLJANJA (METODA PROJEKCIJA)

Računsko sastavljanje više kosih sila u ravnini

- **Metoda projekcija sila** - Kada na točku djeluje više kosih sila pod različitim kutovima, analitički ih sastavljamo tako da svaku silu F_i rastavimo na njezine projekcije F_{ix} i F_{iy} .
- **Postupak proračuna:**
 - 1) Izračunati vodoravne komponente svih sila: $F_{ix} = F_i \cdot \cos \alpha_i$
 - 2) Izračunati vertikalne komponente svih sila: $F_{iy} = F_i \cdot \sin \alpha_i$
 - 3) Izračunati ukupnu vodoravnu projekciju rezultante R_x :
 $R_x = \sum F_{ix} = F_{1x} + F_{2x} + \dots$
 - 4) Izračunati ukupnu vertikalnu projekciju rezultante R_y :
 $R_y = \sum F_{iy} = F_{1y} + F_{2y} + \dots$
 - 5) Ukupni iznos rezultante R računa se po Pitagorinu poučku: $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$
 - 6) Smjerni kut rezultante (kut ω s vodoravnom osi x): $\tan \omega = \frac{R_y}{R_x}$
- $\Rightarrow \omega = \arctan \frac{R_y}{R_x}$



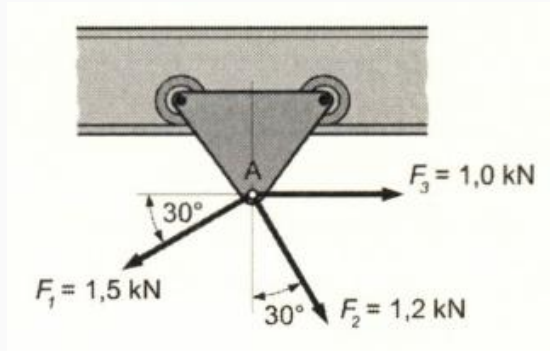
ANALITIČKI RASTAV - PRIMJERI 1 & 2

Zadaci za vježbu s metodom projekcija

- **PRIMJER 1:** Analitičkim postupkom potrebno je odrediti rezultantu triju sila koje djeluju na željezničku drezinu sa slike.

- Sile izmjerene na drezini: $F_1 = 1,5 \text{ kN}$ (kut 30° u trećem kvadrantu), $F_2 = 1,2 \text{ kN}$ (kut 30° u četvrtom kvadrantu), i $F_3 = 1,0 \text{ kN}$ (vodoravno udesno).

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

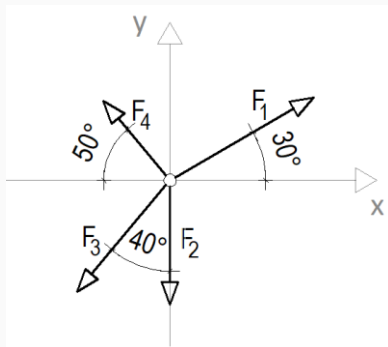


- **PRIMJER 2:** Analitičkim postupkom potrebno je odrediti rezultantu četiriju sila koje djeluju na točku sa slike. Izračun izraditi pomoću tablice.

- Zadane sile: $F_1 = 120 \text{ N}$ (I. kv, $\alpha_1 = 30^\circ$), $F_2 = 90 \text{ N}$ (II. kv, $\alpha_2 = 50^\circ$), $F_3 = 105 \text{ N}$ (III. kv, $\alpha_3 = 40^\circ$), i $F_4 = 75 \text{ N}$ (IV. kv, $\alpha_4 = 50^\circ$).

- Uputa: Koristiti tablicu s kolonama: Sila, Iznos [N], Kut, cos, sin, F_x , F_y .

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:



11. DOMAĆA ZADAĆA

Računsko sastavljanje sila u ravnini

- **ZADATAK ZA 11. DOMAĆU ZADAĆU** - Proračun rezultante s 4 sile:
- - Zadatak: Analitičkim postupkom (metodom projekcija sila i tablično) potrebno je odrediti rezultantu sila koje djeluju na točku. Sile neka su F_1 , F_2 , F_3 i F_4 . Svaki učenik treba smjestiti po jednu silu u svaki kvadrant pod kutom i iznosom po vlastitoj želji.
- - Proračun: Izračunajte R_x , R_y , R , te smjerni kut ω i odredite u kojem se kvadrantu nalazi rezultanta.
- - Uputa: Zadatak napisati i uredno nacrtati na poseban list s okvirom i malom sastavnicom pod naslovom '11. DOMAĆA ZADAĆA'.

GRUPNI RAD

- **ZADATAK ZA GRUPNI RAD** - Sastavljanje s ortogonalnim silama:
- - Zadatak: Analitičkim postupkom odredite rezultantu 4 sile koje djeluju na točku, s tim da je jedna sila vodoravna, a jedna vertikalna. Kutove preostale dvije sile odaberite po želji i smjestite ih u bilo koji kvadrant.

1. PROJEKTNI ZADATAK: TEŽINA UČIONICE

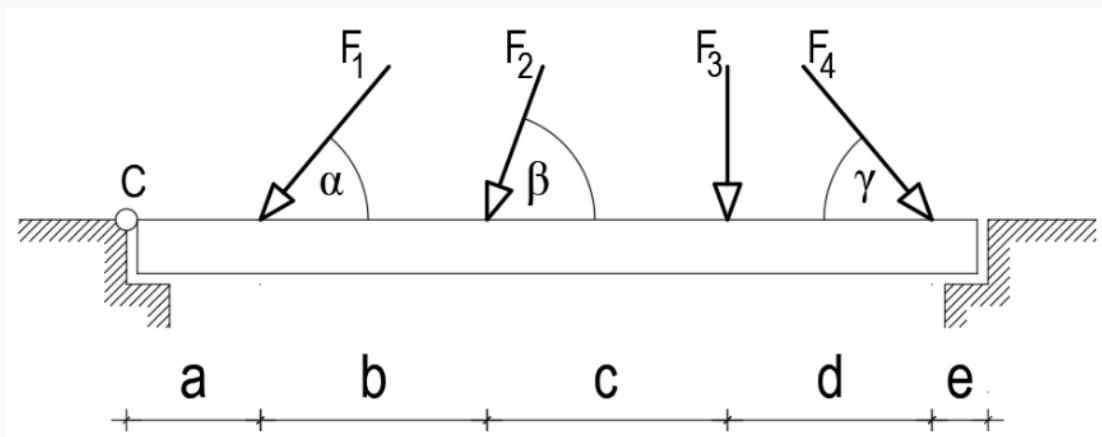
Praktični rad u timovima - Izmjera i statički proračun

- **Cilj projekta** - Primijeniti naučeno gradivo o vlastitoj težini na stvarnom primjeru naše školske učionice. Izračunajte težinu cijele učionice!
- Upute za rad u grupama (3-4 učenika):
- **1) Korak** - Izmjerite učionicu metrom (duljina, širina, visina zidova, dimenzije prozora i vrata).
- **2) Korak** - Detaljno odredite i zabilježite koje sve građevinske elemente učionica sadrži (stropna ploča, grede, stupovi, pregradni zidovi, slojevi poda).
- **3) Korak** - Iz tablice 13.15 odaberite sve potrebne prostorne težine γ za materijale od kojih je učionica izgrađena.
- **4) Korak** - Skicirajte i nacrtajte konstruktivne elemente učionice u mjerilu.
- **5) Korak** - Izračunajte pojedinačne volumene, vlastite težine svih elemenata te ih zbrojite u ukupnu težinu učionice u [kN] i [t].

2. PROJEKTNI ZADATAK: PRORAČUN NOSAČA

Kombinirani grafičko-analitički projektni rad

- **Cilj projekta** - Za složeni nosač raspona $L = 5,00 \text{ m}$ opterećen s četiri pojedinačne sile odredite iznos, smjer i točan položaj rezultantne sile R .
-
- **Zahtijevani postupci:**
- **1) GRAFIČKI POSTUPAK:** Pomoću poligona sila i verižnog (lančanog) poligona odrediti veličinu rezultante R i njezinu točnu udaljenost d od lijevog oslonca C .
- **2) ANALITIČKI POSTUPAK:** Primjenom Varignonovog (momentnog) teorema izračunajte točnu udaljenost d rezultante R od lijevog oslonca C .
- **3) USPOREDBA:** Usporedite grafičke i analitičke rezultate i komentirajte točnost.
- **Upute:** Podatke o silama, kutovima i dimenzijama preuzeti iz tablice na sljedećoj stranici u skladu s brojem svoje skupine.



2. PROJEKTNI ZADATAK - PODACI PO SKUPINAMA

Tablica parametara za proračun nosača

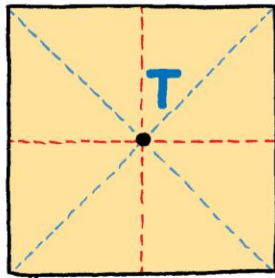
- **Tablica** - Svaka skupina (od 1 do 6) koristi isključivo podatke iz svog stupca za proračun sila, kutova i tlocrtnih dimenzija nosača.

Parametar / Podatak	Skupina 1	Skupina 2	Skupina 3	Skupina 4	Skupina 5	Skupina 6
Sila F_1 (kN)	20	22	24	26	28	30
Sila F_2 (kN)	32	34	36	38	40	42
Sila F_3 (kN)	24	26	28	30	32	34
Sila F_4 (kN)	18	20	22	24	26	28
Kut α (°)	30	25	20	35	40	45
Kut β (°)	45	50	55	50	55	60
Kut γ (°)	40	45	50	45	50	55
Dimenzija a (m)	0.8	0.9	1.0	0.7	0.8	0.9
Dimenzija b (m)	1.2	1.3	1.4	1.2	1.3	1.4
Dimenzija c (m)	1.4	1.5	1.6	1.4	1.6	1.7
Dimenzija d (m)	1.3	1.4	1.5	1.3	1.5	1.6
Dimenzija e (m)	0.6	0.5	0.7	0.6	0.5	0.7

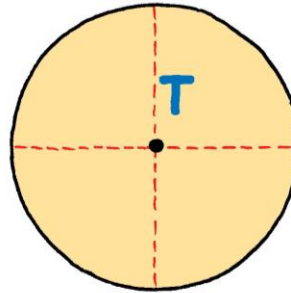
SIU: STABILNOST GRAĐEVINA - TEŽIŠTE

Uvod u pojam težišta i stabilnosti

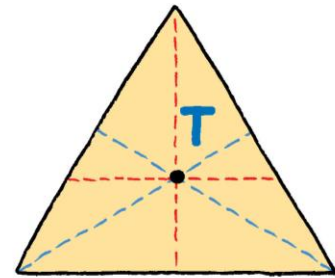
- **Stabilnost** - U graditeljskoj praksi, proračuni stabilnosti i nosivosti sklopova izravno ovise o položaju težišta.
- **Definicija težišta (T)** - težište je zamišljena točka u tijelu u kojoj je teorijski usredotočena sva masa (težina) tog tijela, odnosno točka iz koje djeluje rezultantna sila vlastite težine cijele konstrukcije.
- Metode određivanja težišta poprečnog presjeka:
 - - Grafički - pomoću plana sila i verižnog (lančanog) poligona.
 - - Računski / analitički - primjenom poučka o momentu površina.
- **Simetrični i pravilni likovi** - kod geometrijski pravilnih i simetričnih likova težište se nalazi u presjecištu njihovih osi simetrije, dijagonala ili težišnica.



Kvadrat



Krug



Trokut



Prs

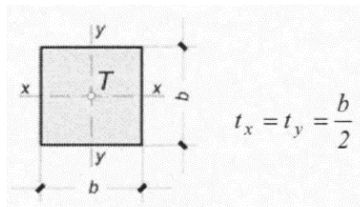


Pntk

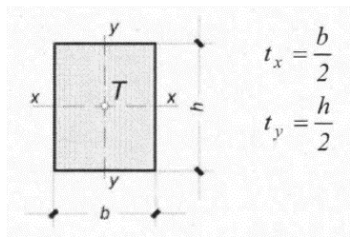
TEŽIŠTA JEDNOSTAVNIH LIKOVA - FORMULE (1/2)

Kvadrat, pravokutnik, trokut i trapez

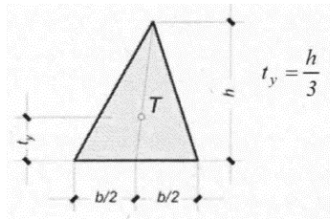
- KVADRAT:



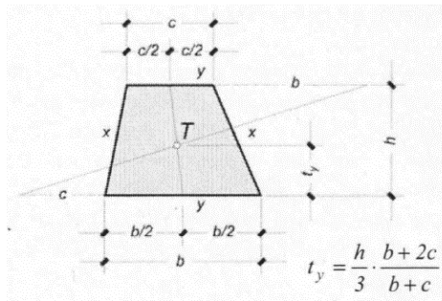
- PRAVOKUTNIK:



- TROKUT:



- TRAPEZ:



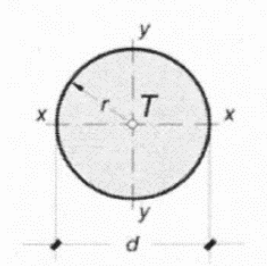
Postupak crtanja težišta trapeza:

- lijevo do donje osnovice nacrtati (crtkano) stranicu „c“;
- desno do gornje osnovice nacrtati (crtkano) stranicu „b“;
- spojiti (crtkano) krajnju donju lijevu s krajnjom gornjom desnom točkom;
- odrediti polovicu donje i gornje osnovice te ih spojiti (dobivena je težišnica);
- na sjecištu prethodno nacrtane linije i težišnice nalazi se težište „T“

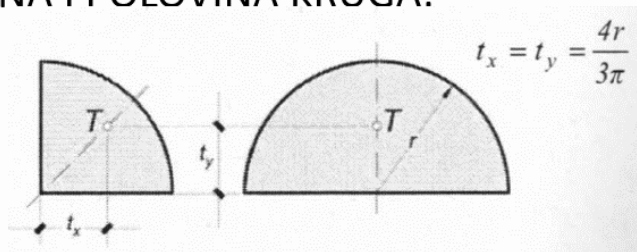
TEŽIŠTA JEDNOSTAVNIH LIKOVA - FORMULE (2/2)

Krug, polukrug i četvrtina kruga

- KRUG:



- ČETVRTINA I POLOVINA KRUGA:



TEŽIŠTA SLOŽENIH LIKOVA - ANALITIČKI POSTUPAK

Poučak o statičkom momentu površina

- **Složeni poprečni presjek** - poprečni presjeci nosača u graditeljstvu (npr. T-profil, I-profil, sandučasti nosači) sastoje se od više spojenih jednostavnih likova.
-
- **Princip rješavanja** - Složeni lik podijelimo na n jednostavnih dijelova ($A_1, A_2, \dots, A_n$) za koje znamo izračunati površinu i položaj njihovih pojedinačnih težišta ($T_1, T_2, \dots, T_n$).
-
- Formule za koordinate težišta složenog lika (x_t, y_t):

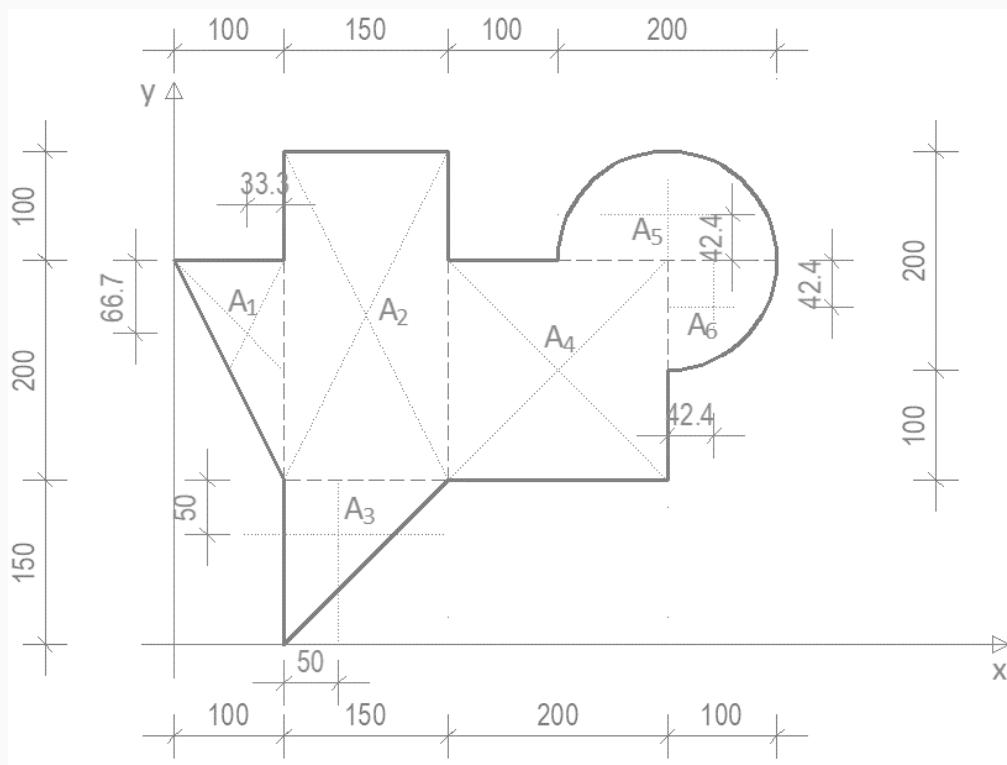
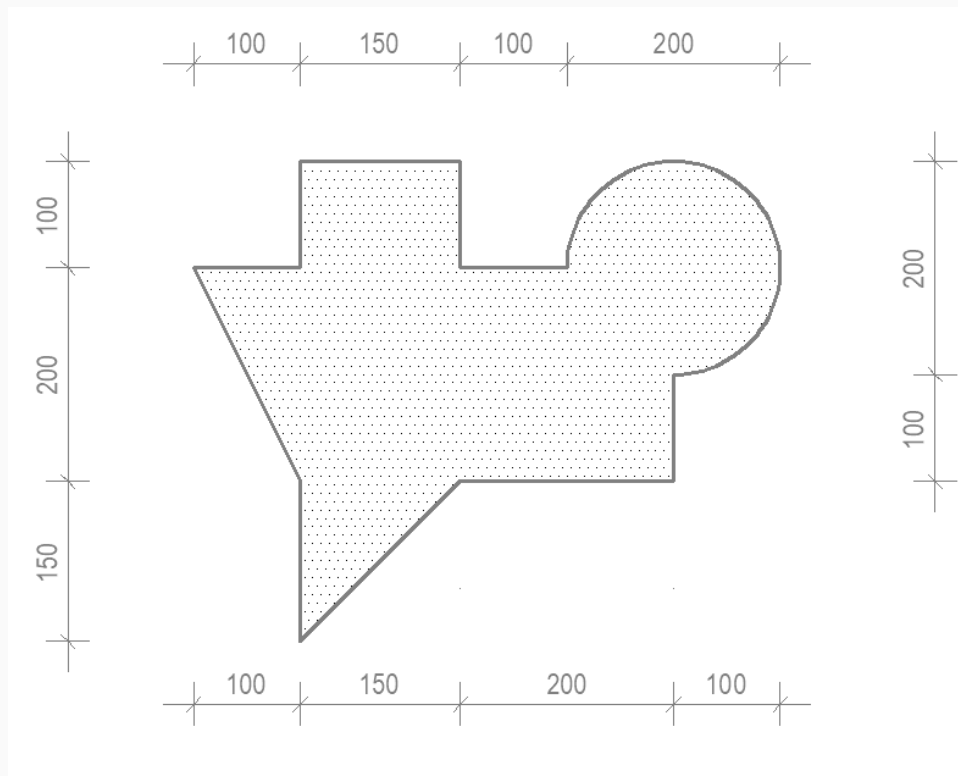
$$x_t = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 + A_3 \cdot x_3 + A_4 \cdot x_4 + \dots + A_n \cdot x_n}{A_{uk}}$$

$$y_t = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3 + A_4 \cdot y_4 + \dots + A_n \cdot y_n}{A_{uk}}$$

- - $A_{ukupno} = A_1 + A_2 + \dots + A_n$ (ukupna površina složenog lika).
- - $x_n, y_n, \dots$ koordinate pojedinačnih težišta T_n u odabranom koordinatnom sustavu.

TEŽIŠTA SLOŽENIH LIKOVA - PRIMJER I ZADATAK

Zadatak za vježbu proračuna težišta



- $A_1 = \frac{100 \cdot 200}{2} = 10000 \text{ cm}^2$
 - $A_2 = 150 \cdot 300 = 45000 \text{ cm}^2$
 - $A_3 = \frac{150 \cdot 150}{2} = 11250 \text{ cm}^2$
 - $A_4 = 200 \cdot 200 = 40000 \text{ cm}^2$
 - $A_5 = \frac{1002\pi}{2} = 15708 \text{ cm}^2$
 - $A_6 = \frac{1002\pi}{4} = 7854 \text{ cm}^2$
- $A_{uk} = 129812 \text{ cm}^2$**

Težišta jednostavnih likova gledano od točke (0,0)

$T(x_t, y_t)$

$T_1(66,6; 283,3)$

$T_2(175; 300)$

$T_3(150; 100)$

$T_4(350; 250)$

$T_5(450; 392,4)$

$T_6(492,4; 307,6)$

- **$A_{uk} \cdot x_t = A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 + A_3 \cdot x_3 + A_4 \cdot x_4 + A_5 \cdot x_5 + A_6 \cdot x_6$**

- **$x_t = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 + A_3 \cdot x_3 + A_4 \cdot x_4 + A_5 \cdot x_5 + A_6 \cdot x_6}{A_{uk}}$**

- **$x_t = \frac{10000 \cdot 66,6 + 45000 \cdot 175 + 11250 \cdot 150 + 40000 \cdot 350 + 15708 \cdot 450 + 7854 \cdot 492,4}{129812}$**

- **$x_t = 270.9 \text{ cm}$**

- **$A_{uk} \cdot y_t = A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3 + A_4 \cdot y_4 + A_5 \cdot y_5 + A_6 \cdot y_6$**

- **$y_t = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3 + A_4 \cdot y_4 + A_5 \cdot y_5 + A_6 \cdot y_6}{A_{uk}}$**

- **$y_t = \frac{10000 \cdot 283,3 + 45000 \cdot 300 + 11250 \cdot 100 + 40000 \cdot 250 + 15708 \cdot 392,4 + 7854 \cdot 307,6}{129812}$**

- **$y_t = 277,6 \text{ cm}$**

TEŽIŠTA SLOŽENIH LIKOVA - GRAFIČKI POSTUPAK

Zadatak: Analitičkim i grafičkim postupkom odredi točan položaj težišta T složenog poprečnog presjeka koji je nastavnik nacrtao na školskoj ploči.

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

ZADACI ZA VJEŽBU - ZADATAK 1

Težišta složenih likova –grafički i analitički postupak

Nađi težište zadanog složenog presjeka analitičkim i grafičkim postupkom.

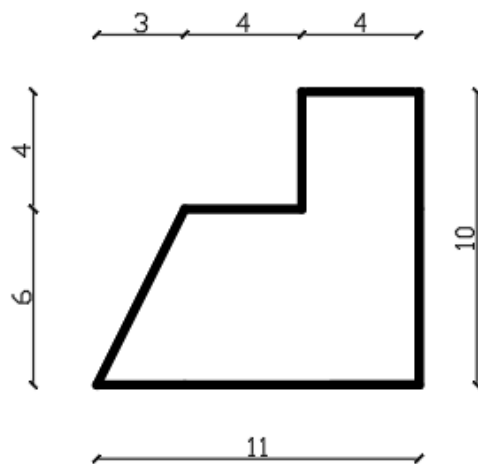
Mjerilo duljina 1cm=2cm

Mjerilo površina prilagodi papiru

(UPUTE: postavi složeni lik u koordinatni sustav, izračunaj površine svakog zasebnog lika i nađi koordinate svakog pojedinog težišta)

Zadane mjere na crtežu dane su u centimetrima.

 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:



 PROSTOR ZA RAČUNANJE I SKICIRANJE:

STABILNOST GRAĐEVINE NA PREVRTANJE

Faktor sigurnosti protiv prevrtanja

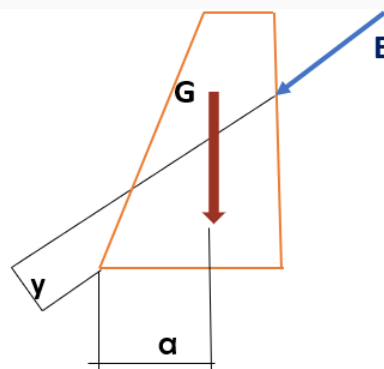
- **Prevrtanje konstrukcije** - nastaje pod utjecajem vodoravnih sila (vjetar, potres, pritisak nasute zemlje) koje teže zakrenuti (prevrnuti) građevinu oko njezina donjeg ruba (točke prevrtanja / oslonca).
- **Moment prevrtanja (M_p)** - moment uzrokovan horizontalnim silama koje teže prevrnuti građevinu oko točke oslonca:
 $M_p = E \cdot y$.
- **Moment stabilnosti (M_s)** - moment uzrokovan vertikalnom silom vlastite težine građevine koji se suprotstavlja prevrtanju i drži zgradu na tlu:
 $M_s = G \cdot a$.
- **Uvjet stabilnosti** - Tijelo se neće prevrnuti ako je moment stabilnosti M_s veći od momenta prevrtanja M_p .

MOMENT PREVRTANJA

$$M_p = E \cdot y$$

MOMENT STABILNOSTI

$$M_s = G \cdot a$$



$$\bullet \text{ SIGURNOST PROTIV PREVRTANJA} = \frac{\text{MOMENT STABILNOSTI}}{\text{MOMENT PREVRTANJA}}$$

- Sigurnost protiv prevrtanja dana je FAKTOROM SIGURNOSTI η

$$\bullet \eta = \frac{M_s}{M_p} = \frac{G \cdot a}{E \cdot y}$$

- U zgradarstvu uzimamo da $\eta \geq 1,5$

STABILNOST GRAĐEVINE NA KLIZANJE

Otpor trenja i mjere za sprječavanje klizanja

- **Klizanje konstrukcije** - pomicanje građevine po horizontalnoj ravnini temeljenja. Nastaje kada vodoravne pomične sile nadvladaju silu trenja između temelja i tla.
-
- **Trenje (F_{tr})** - otpor klizanju koji ovisi o vertikalnoj sili vlastite težine G i koeficijentu trenja μ između betona i tla:

$$F_{tr} = G \cdot \mu.$$

- **Faktor sigurnosti protiv klizanja (F_s)** - mora biti veći od 1,5:

$$F_s = \frac{\text{Sile koje drže tlo (otpor trenja)}}{\text{Sile koje uzrokuju klizanje (aktivni pritisak)}} \geq 1,5$$

- **Utjecaj vode** - Voda je najčešći uzrok nestabilnosti jer povećava težinu tla iza zida, a istovremeno smanjuje koeficijent trenja.
- Mjere za povećanje stabilnosti na klizanje:
 - 1) Odvodnja i drenaža (odvođenje površinske i podzemne vode),
 - 2) Izgradnja armiranobetonskih zidova ili gabiona
 - 3) Geotehničko sidrenje čeličnim šipkama ili pilotima duboko u stabilno tlo.

STABILNOST GRAĐEVINE NA SLIJEGANJE

Slijeganje temeljnog tla

- **Slijeganje** - vertikalno tonjenje (propadanje) tla i građevine uslijed prenošenja opterećenja preko temelja na temeljno tlo.
- **Vrste slijeganja:**
 - Ravnomjerno slijeganje - cijela građevina tone jednako (manje opasno).
 - Nejednoliko (diferencijalno) slijeganje - različiti dijelovi građevine tonu različito. Izuzetno je opasno jer izaziva torziju, pucanje zidova i potpuno oštećenje konstrukcije.
- **Glavni uzroci slijeganja:**
Slaba nosivost temeljnog tla,
promjene u vlažnosti tla (povlačenje vode, isušivanje gline),
dodatno opterećenje od novoizgrađenih susjednih zgrada.
- **Kako se rješava:**
detaljan geotehnički proračun nosivosti tla prije gradnje
sanacija temelja mikropilotima,
injektiranje (povećanje zbijenosti) tla pod pritiskom.

Vrste injektiranja:

